

Corso di **ELETRONICA INDUSTRIALE**

*“Regolazione della tensione del
convertitore Buck”*

Argomenti trattati

- **Modulazione di larghezza degli impulsi (Pulse Width Modulation, PWM)**
- **Controllo di tensione PWM**
- **Risposta dinamica del controllo PWM**

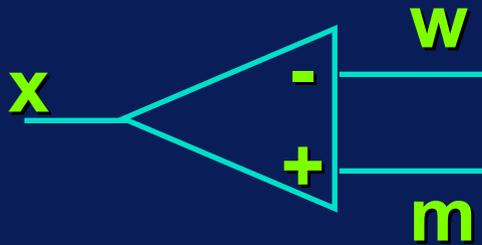
Regolazione della tensione di uscita con tecnica PWM (Pulse Width Modulation)

Obiettivo: generare un valore di duty-cycle (parametro di controllo del convertitore) proporzionale ad un segnale di riferimento

Metodo: modulazione dei tempi t_{on} e t_{off} con tecnica PWM (modulazione di durata degli impulsi)

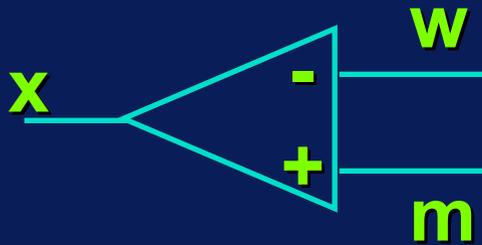
Modulatore PWM

Modulatore PWM



comparatore

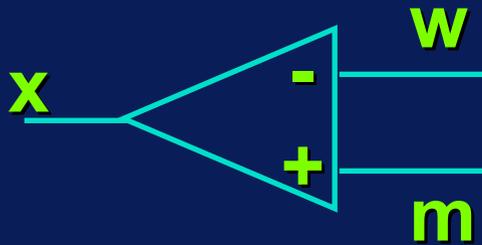
Modulatore PWM



comparatore

$$m > w \Rightarrow x = 1$$

Modulatore PWM

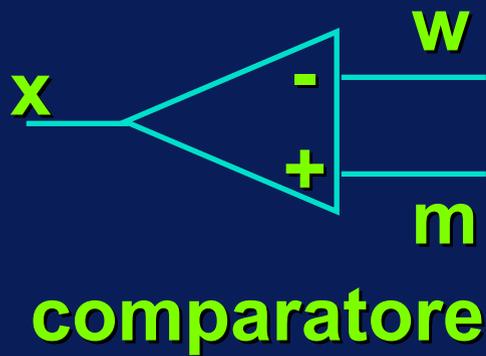


comparatore

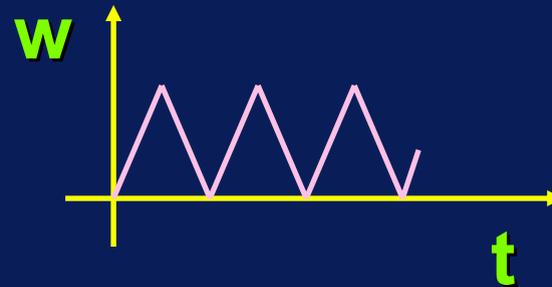
$$m > w \Rightarrow x = 1$$

$$m < w \Rightarrow x = 0$$

Modulatore PWM



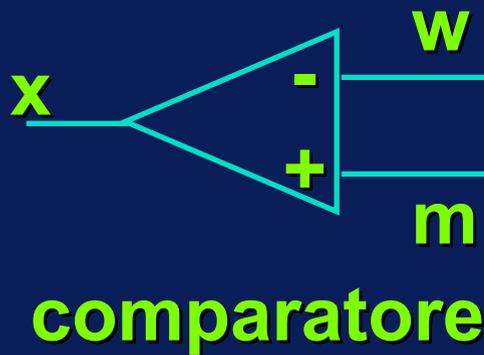
segnale portante



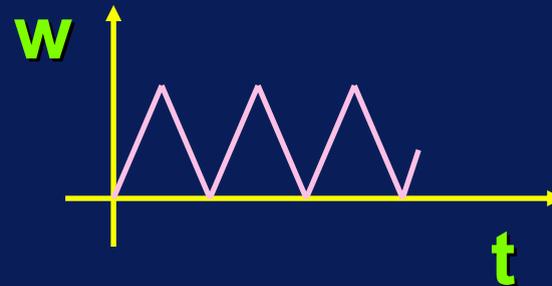
$$m > w \Rightarrow x = 1$$

$$m < w \Rightarrow x = 0$$

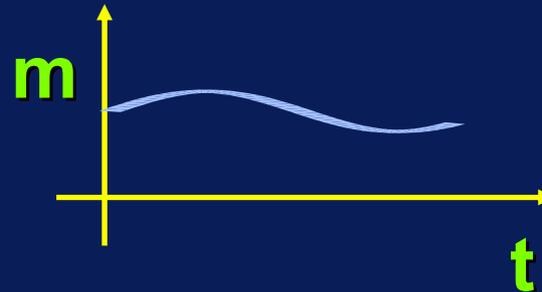
Modulatore PWM



segnale portante



segnale modulante

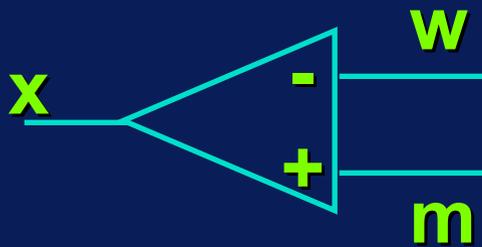


Ipotesi: $f_m \ll f_w$

$$m > w \Rightarrow x = 1$$

$$m < w \Rightarrow x = 0$$

Modulatore PWM



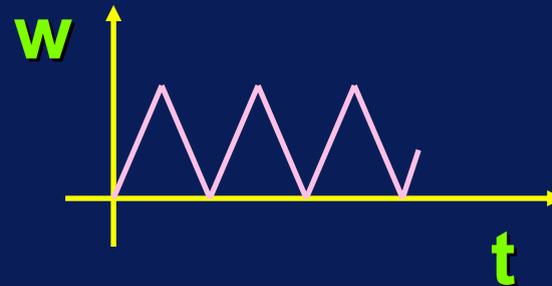
comparatore

Controllo PWM:

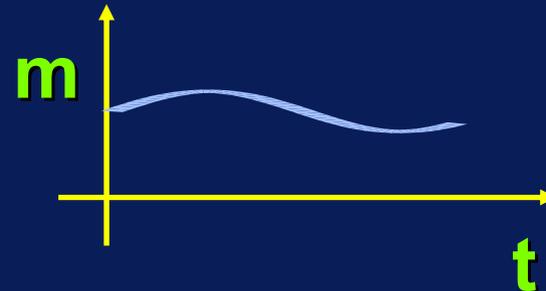
$$m > w \Rightarrow x = 1$$

$$m < w \Rightarrow x = 0$$

segnale portante

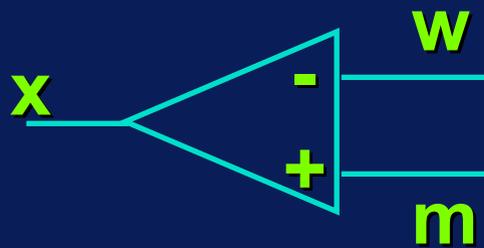


segnale modulante



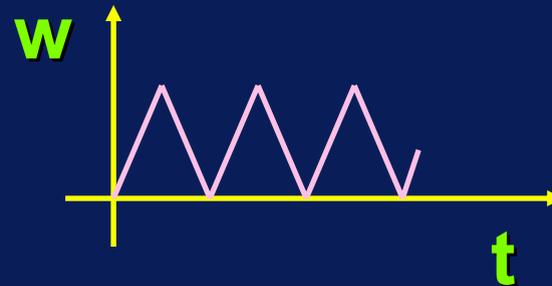
Ipotesi: $f_m \ll f_w$

Modulatore PWM

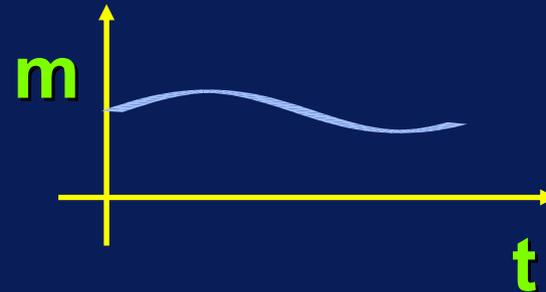


comparatore

segnale portante



segnale modulante



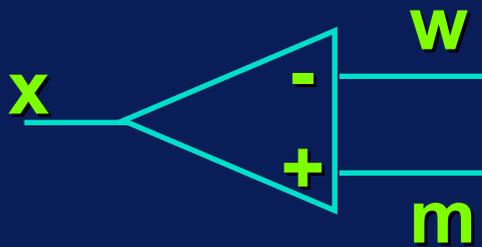
Controllo PWM:

$$m > w \Rightarrow x = 1 \rightarrow t_{on}$$

$$m < w \Rightarrow x = 0$$

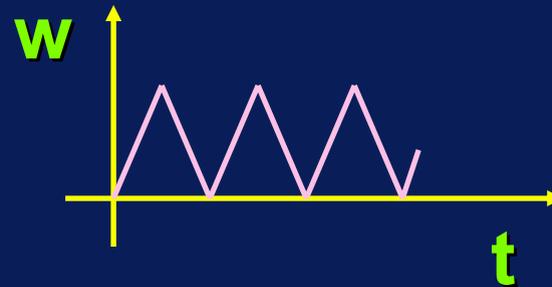
Ipotesi: $f_m \ll f_w$

Modulatore PWM

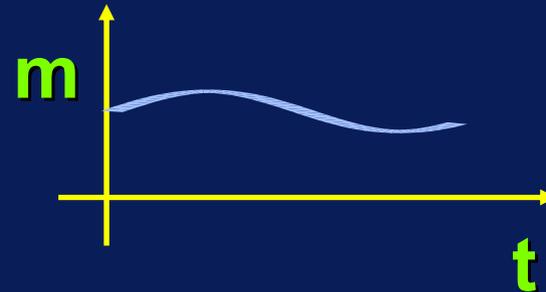


comparatore

segnale portante



segnale modulante



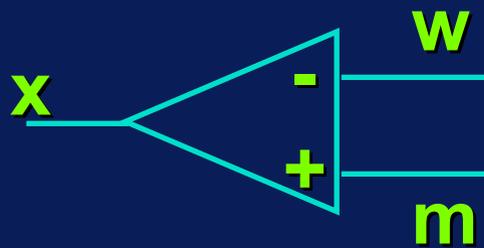
Ipotesi: $f_m \ll f_w$

Controllo PWM:

$m > w \Rightarrow x = 1 \rightarrow t_{on}$

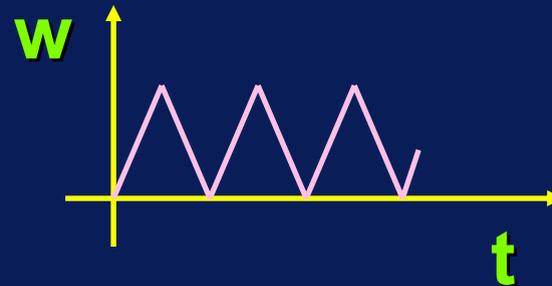
$m < w \Rightarrow x = 0 \rightarrow t_{off}$

Modulatore PWM

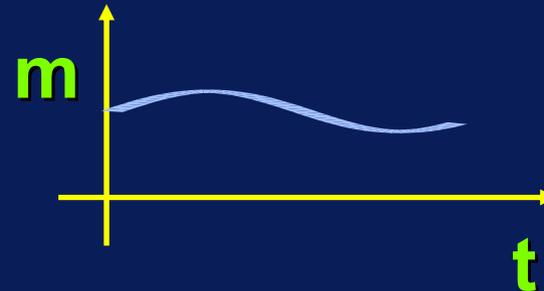


comparatore

segnale portante



segnale modulante



Controllo PWM:

$$m > w \Rightarrow x = 1 \longrightarrow t_{\text{on}}$$

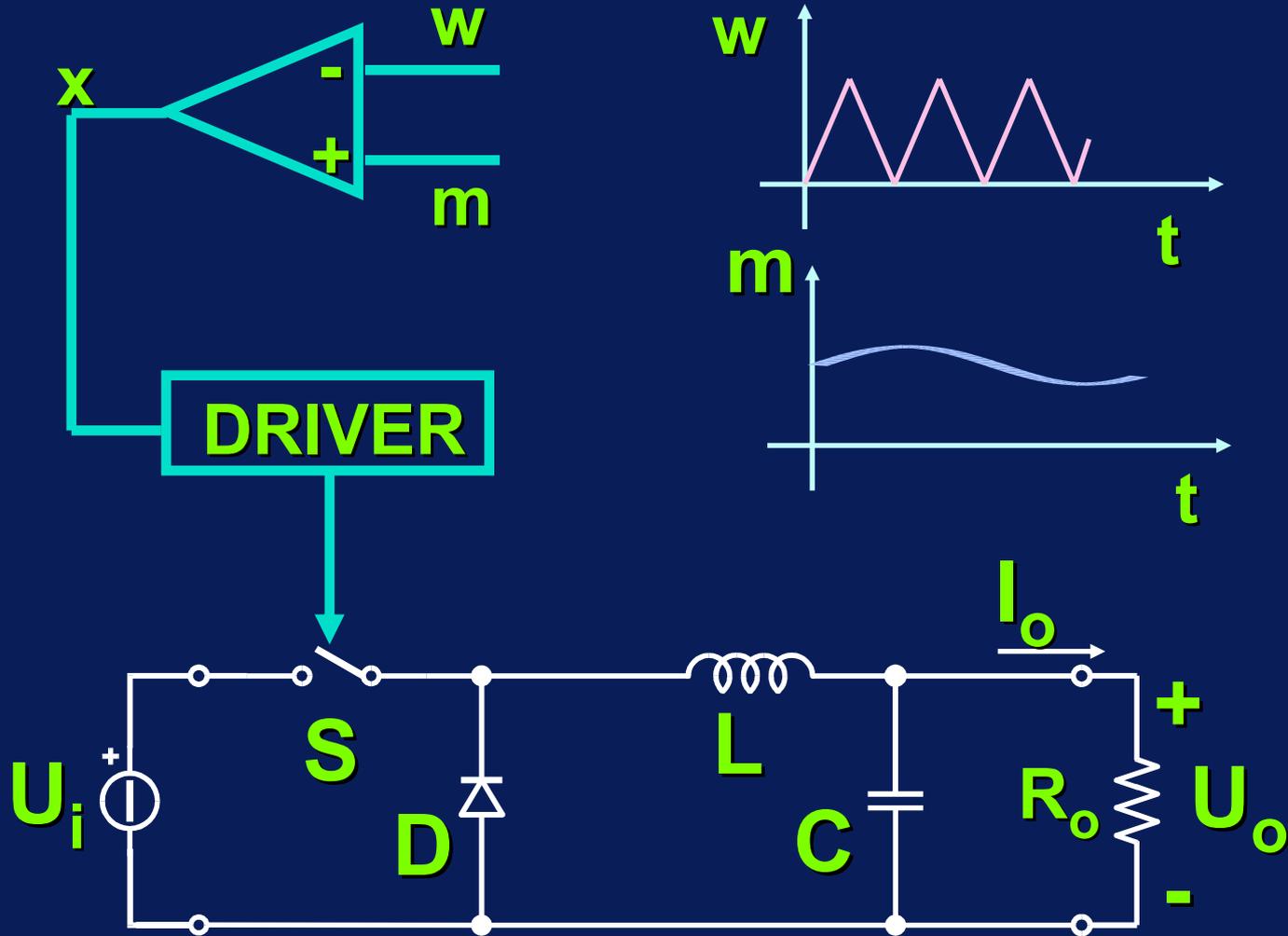
$$m < w \Rightarrow x = 0 \longrightarrow t_{\text{off}}$$

Ipotesi: $f_m \ll f_w$

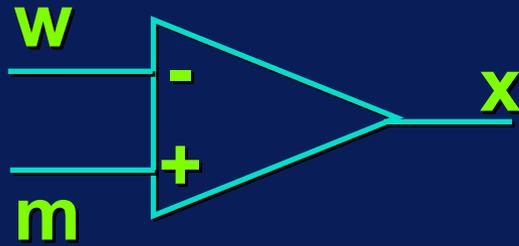
Con questa tecnica

δ risulta proporzionale a m

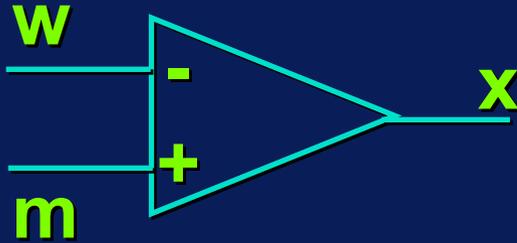
Modulatore PWM



Funzionamento del modulatore PWM

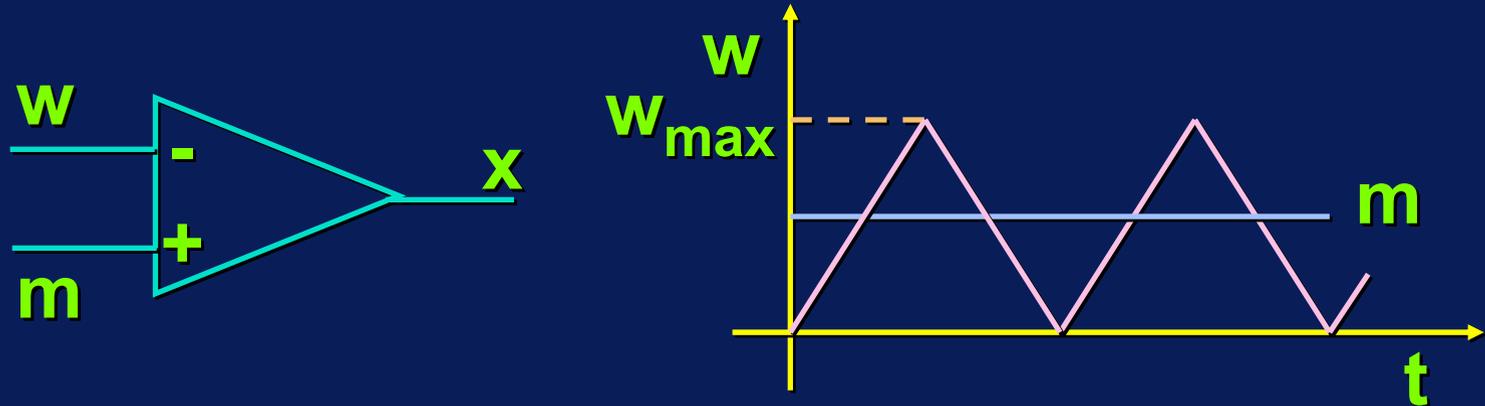


Funzionamento del modulatore PWM



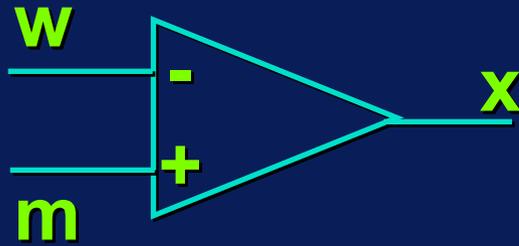
Ipotesi: $m = \text{costante}$

Funzionamento del modulatore PWM

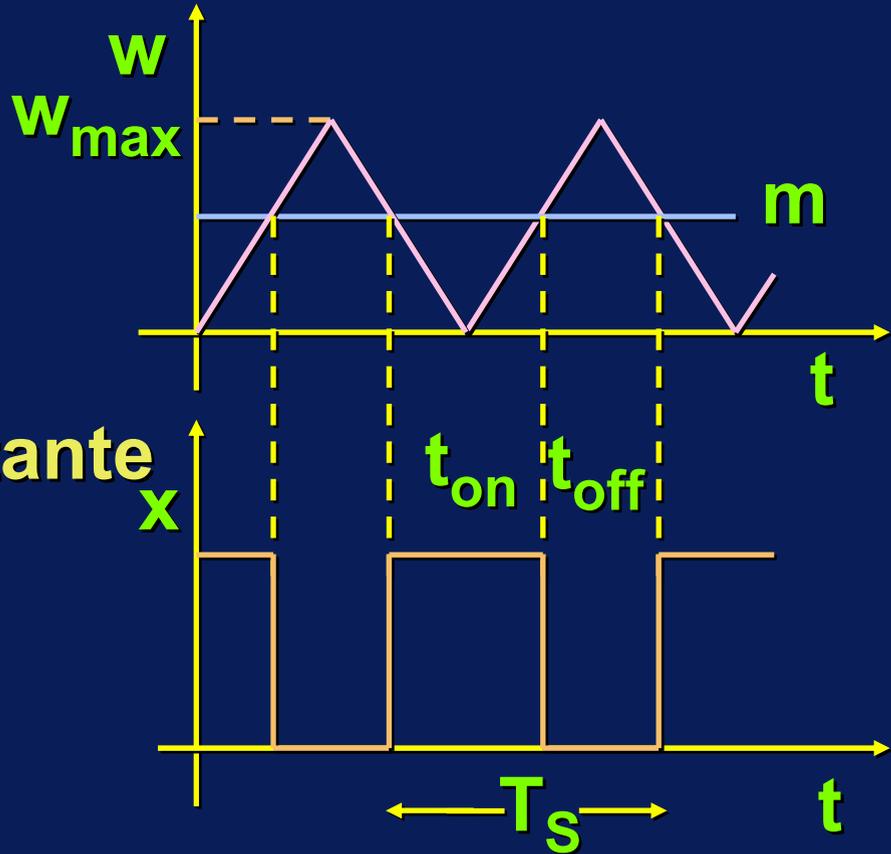


Ipotesi: $m = \text{costante}$

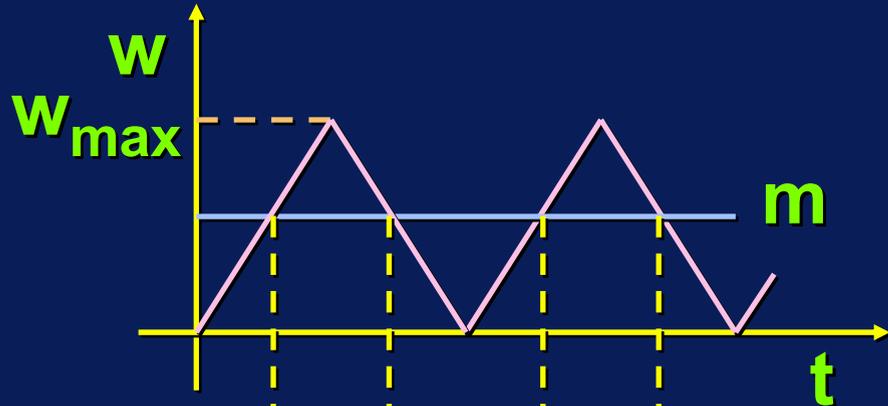
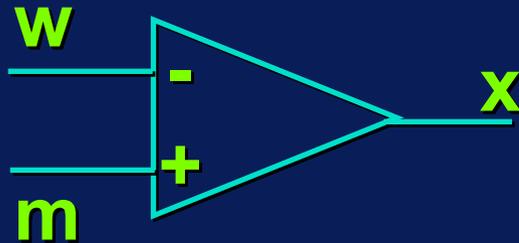
Funzionamento del modulatore PWM



Ipotesi: $m = \text{costante}$

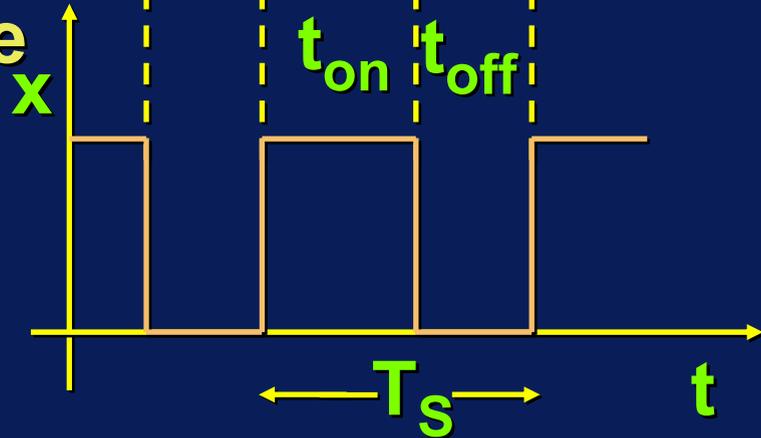


Funzionamento del modulatore PWM

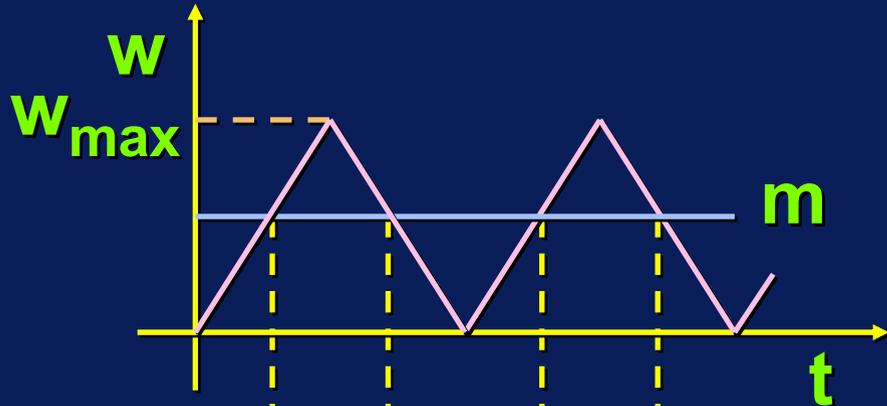
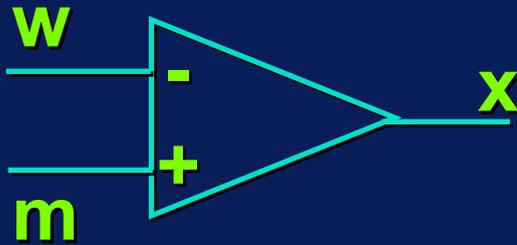


Ipotesi: $m = \text{costante}$

$$\delta = \frac{t_{\text{on}}}{T_s} = \frac{m}{W_{\text{max}}}$$

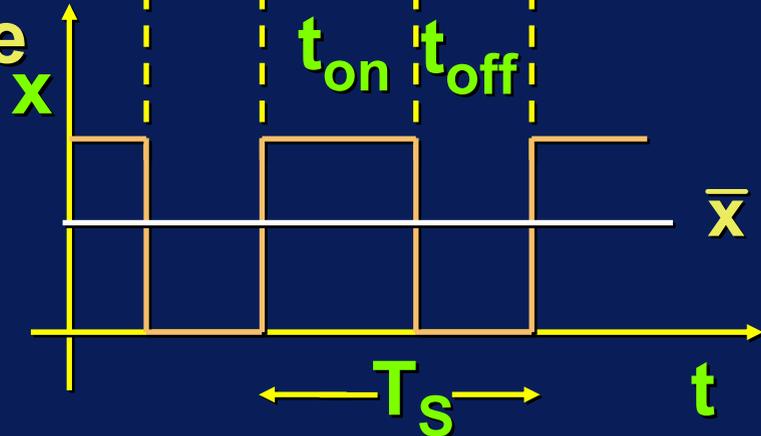


Funzionamento del modulatore PWM



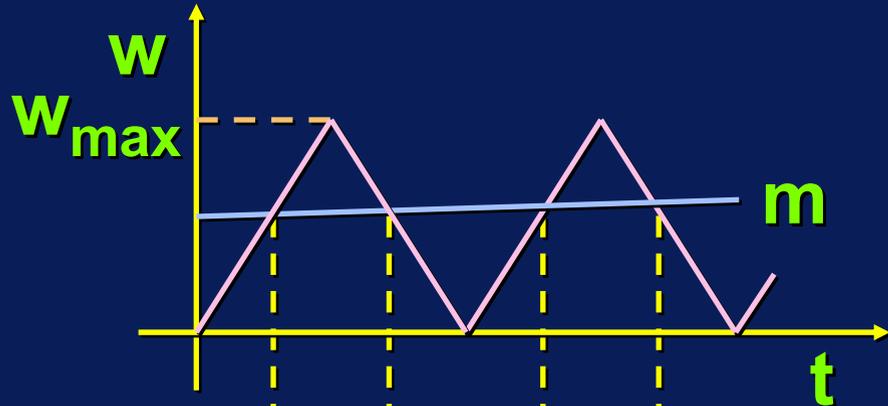
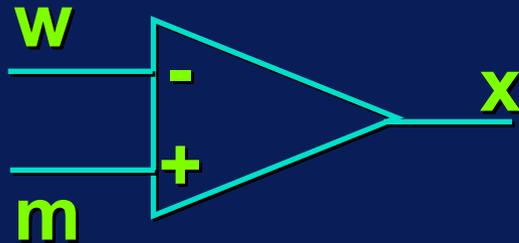
Ipotesi: $m = \text{costante}$

$$\delta = \frac{t_{\text{on}}}{T_s} = \frac{m}{W_{\text{max}}}$$



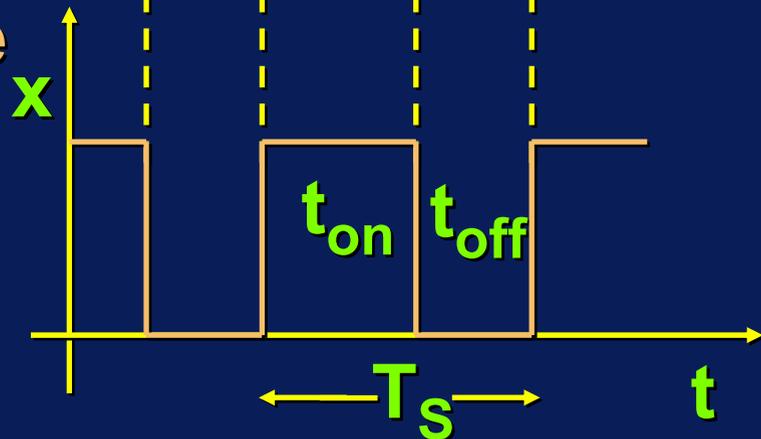
$$x = x_{\text{BF}} + x_{\text{AF}} = \bar{x} + x_{\text{AF}} = \delta + x_{\text{AF}}$$

Funzionamento del modulatore PWM



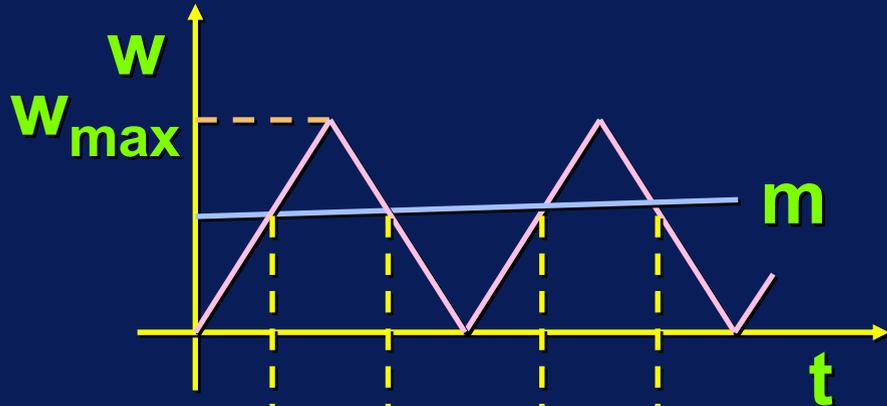
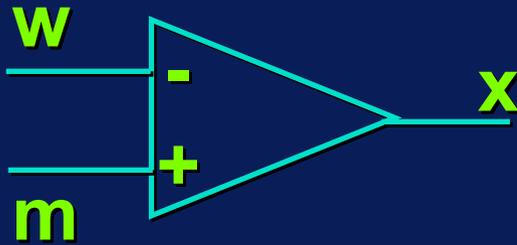
Ipotesi: $m \approx \text{costante}$

$$\delta = \frac{t_{\text{on}}}{T_s} = \frac{m}{W_{\text{max}}}$$



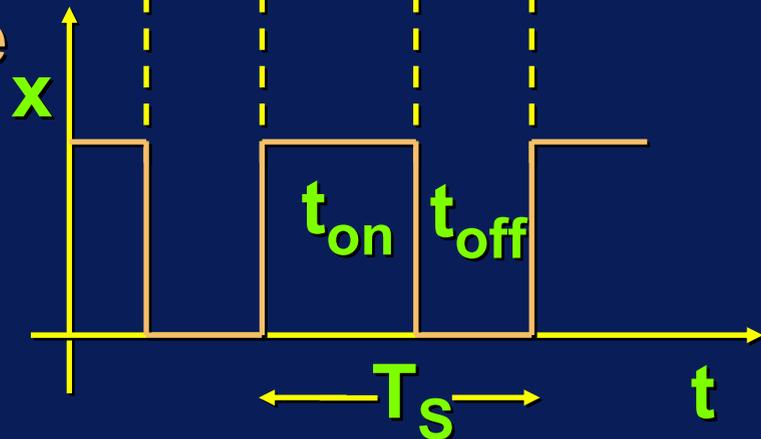
Se m varia lentamente ($f_m \ll f_w$) δ varia corrispondentemente da ciclo a ciclo

Funzionamento del modulatore PWM



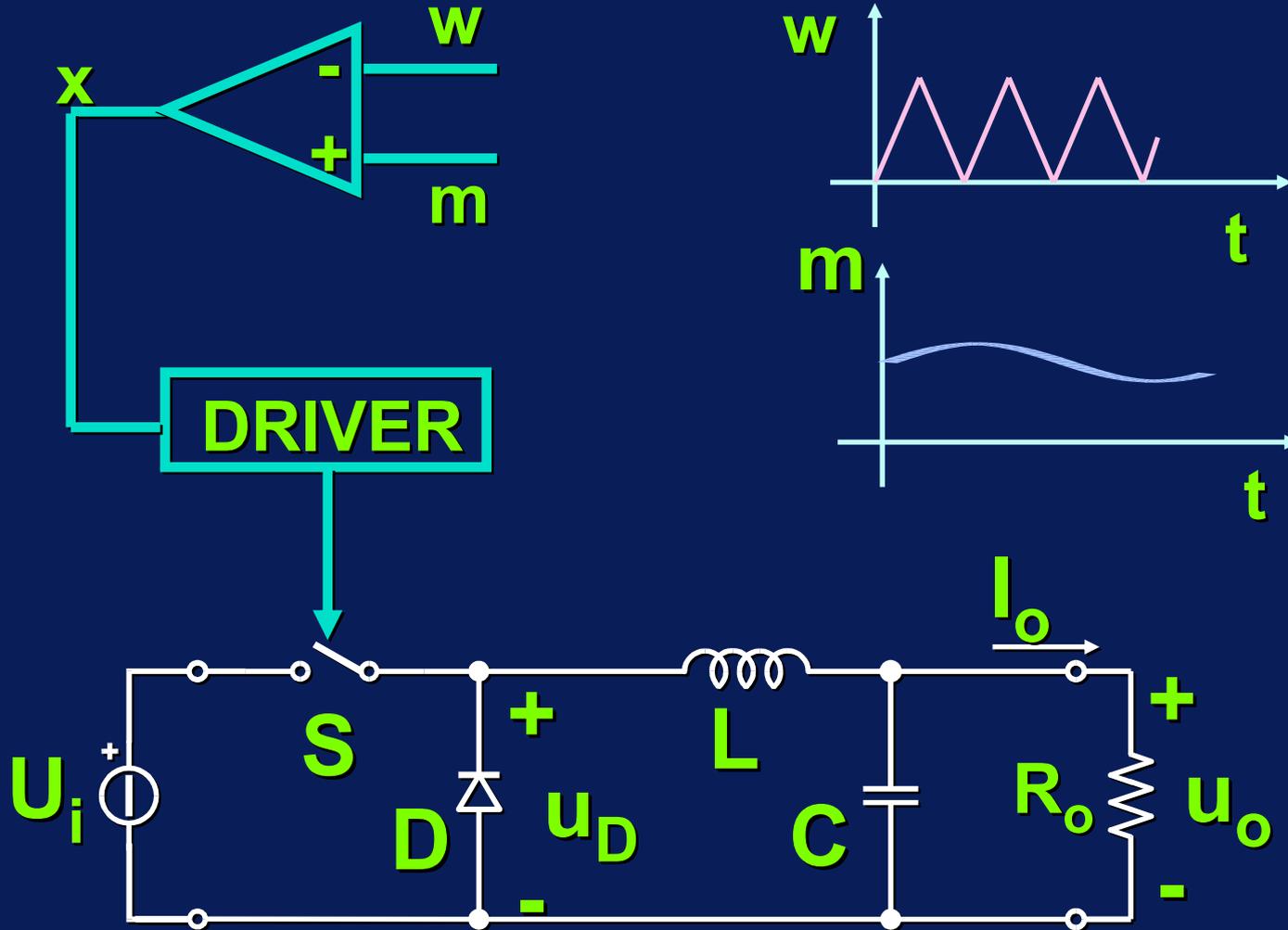
Ipotesi: $m \approx \text{costante}$

$$\delta = \frac{t_{\text{on}}}{T_s} = \frac{m}{W_{\text{max}}}$$

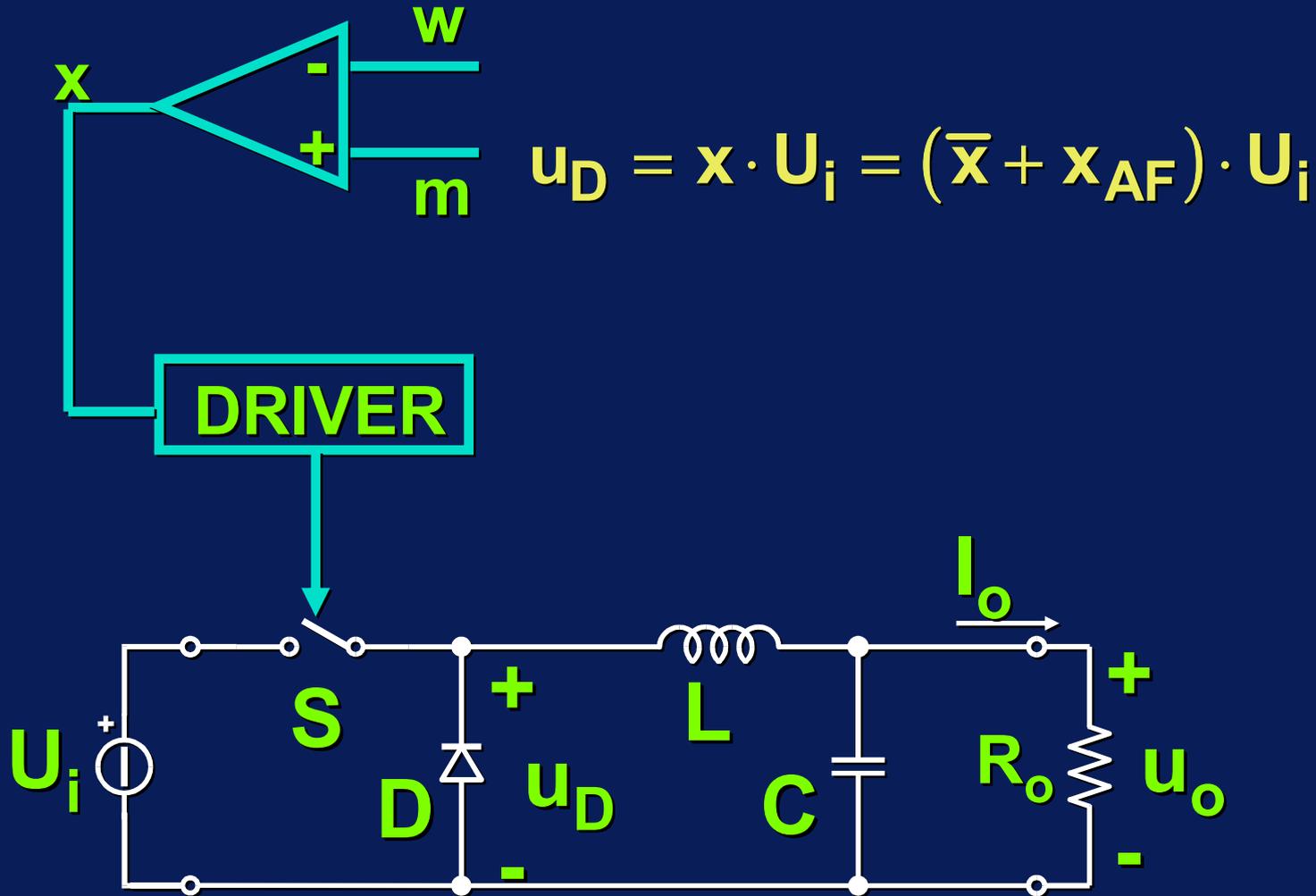


$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}} + \mathbf{X}_{\text{AF}} = \frac{m}{W_{\text{max}}} + \mathbf{X}_{\text{AF}} = \delta + \mathbf{X}_{\text{AF}}$$

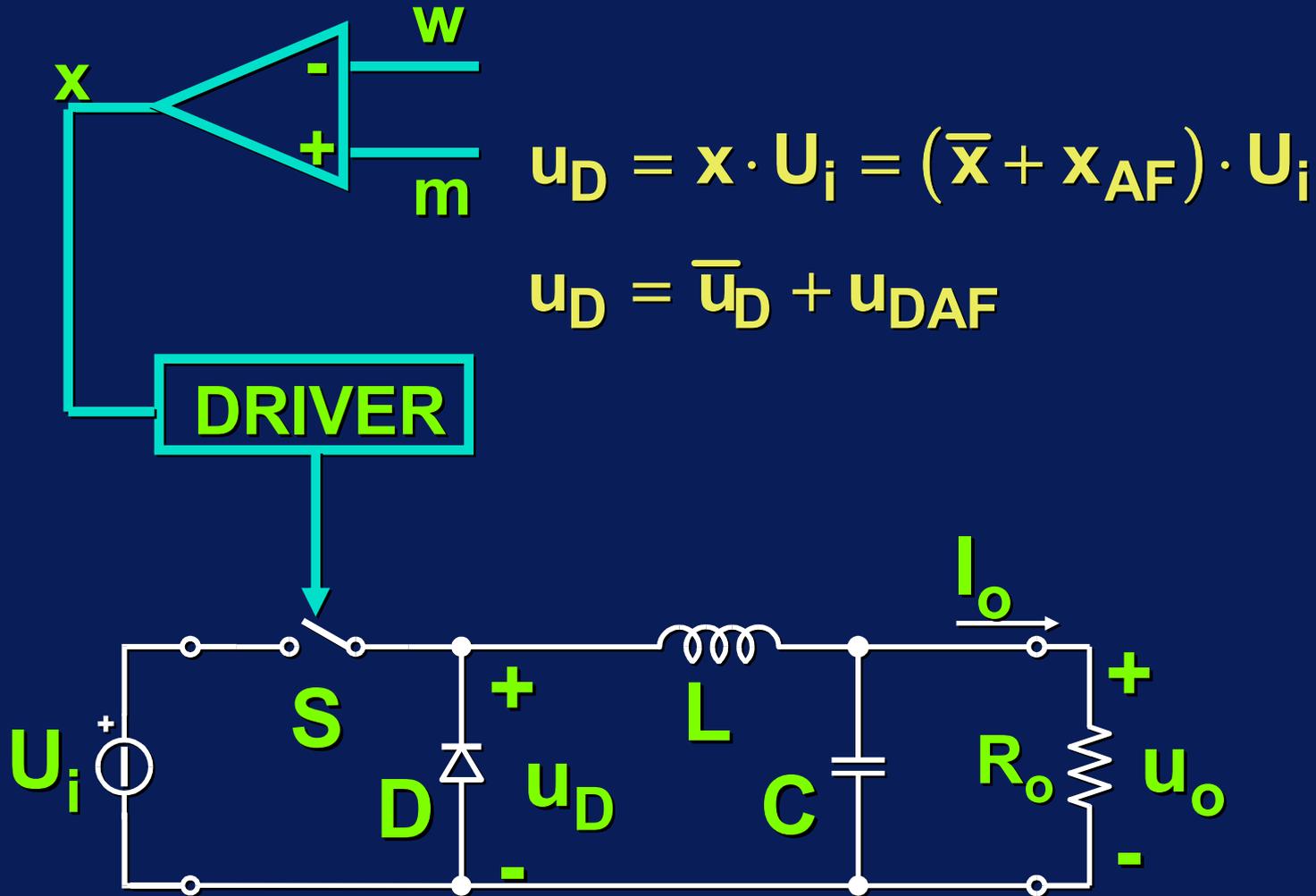
Funzionamento del modulatore PWM



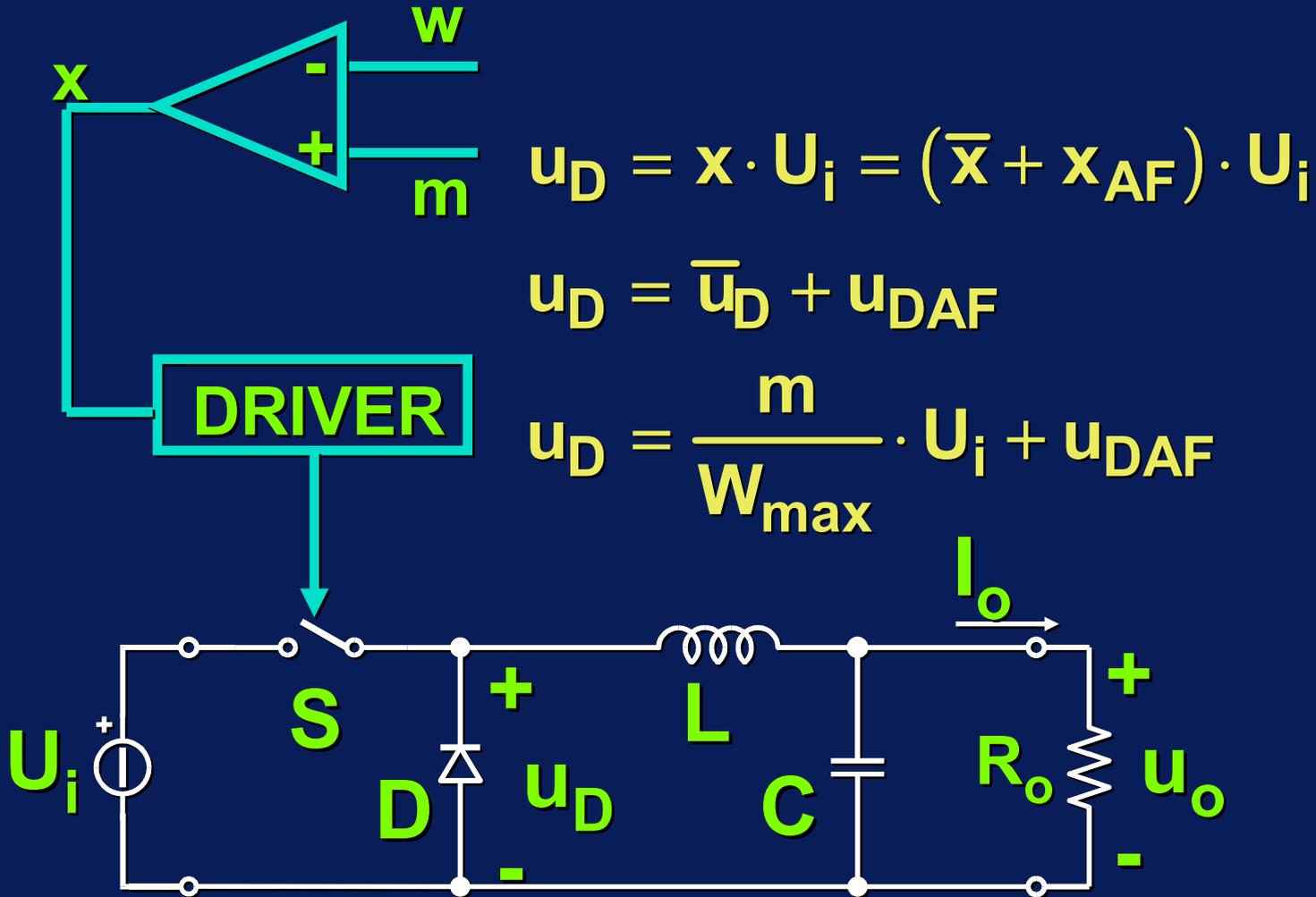
Funzionamento del modulatore PWM



Funzionamento del modulatore PWM



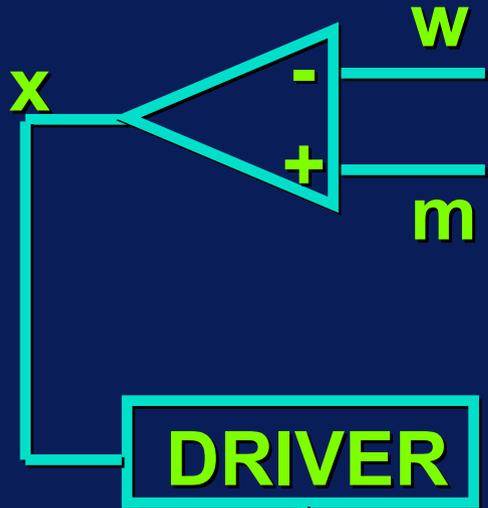
Funzionamento del modulatore PWM



Funzionamento del modulatore PWM

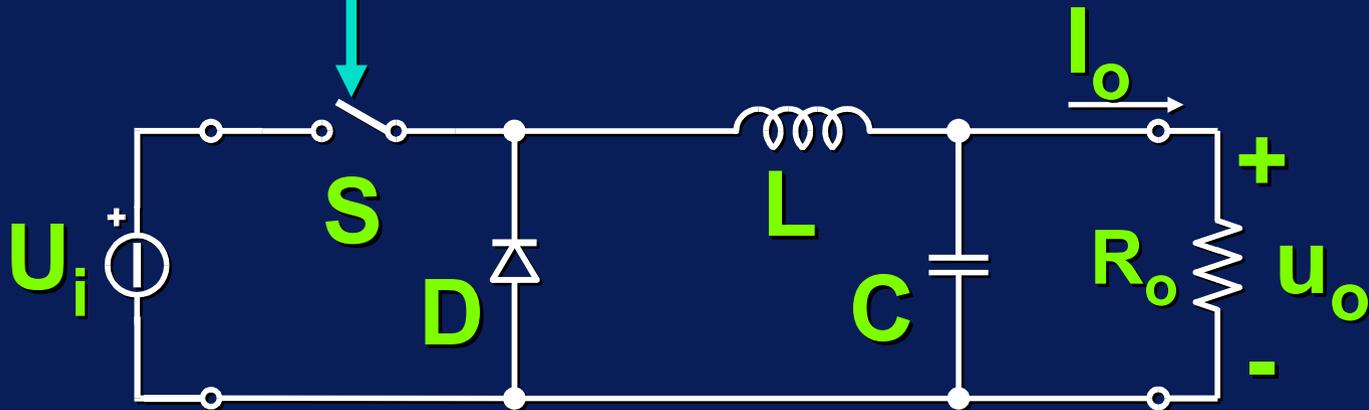


Funzionamento del modulatore PWM

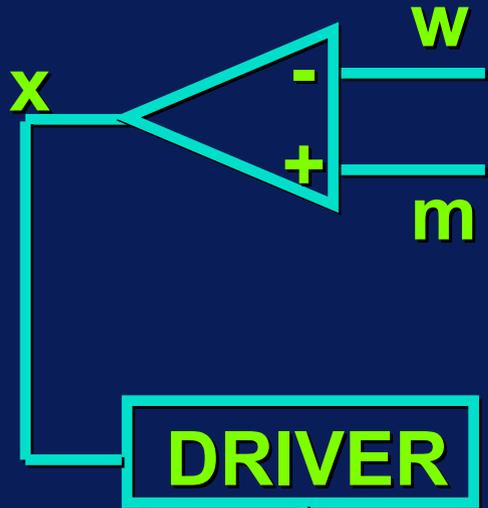


Ipotesi: CCM

$$u_o = U_i \delta = U_i \frac{m}{W_{\max}}$$



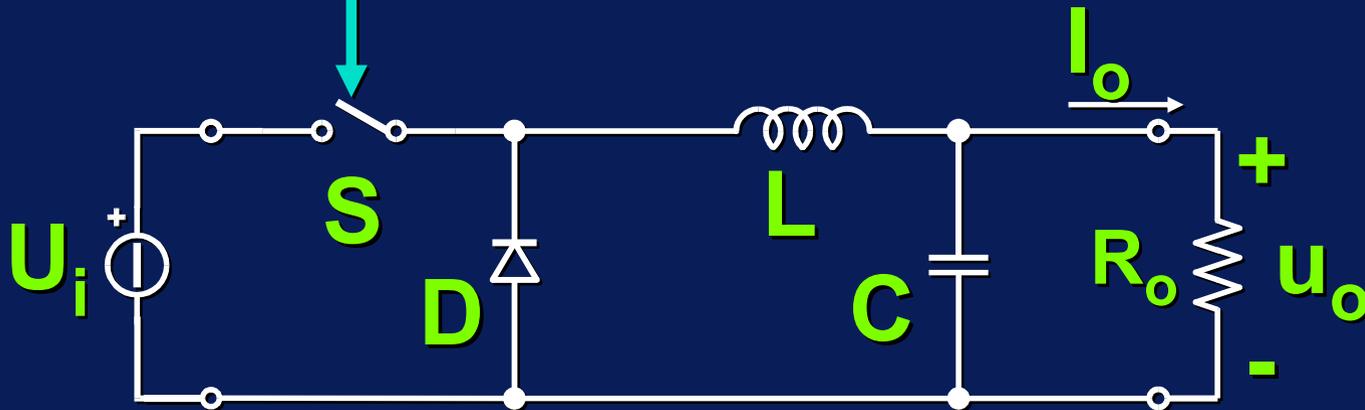
Funzionamento del modulatore PWM



Ipotesi: CCM

$$u_o = U_i \delta = U_i \frac{m}{W_{\max}}$$

$$U_i = \text{costante} \Rightarrow u_o \propto m$$

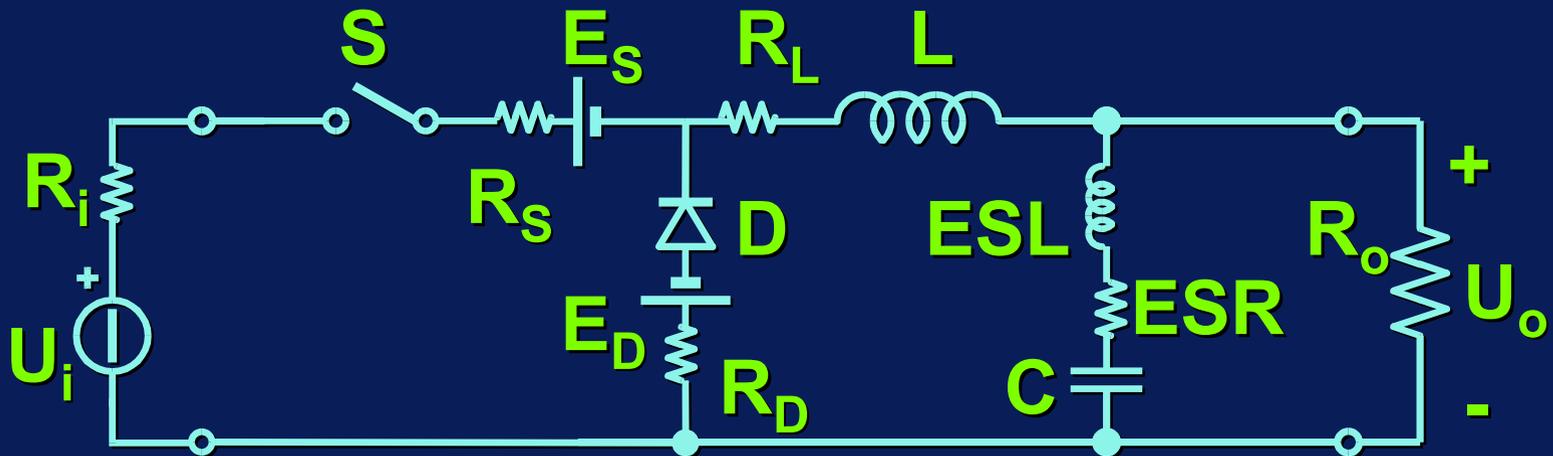


In pratica il modulatore PWM non consente di regolare U_o .

In pratica il modulatore PWM non consente di regolare U_o . Infatti, oltre che da δ , U_o dipende da:

- U_i
- Modo di funzionamento (CCM o DCM)
- I_o
 - in DCM perché $M = f(\delta, I_o)$
 - in CCM a causa delle cadute di tensione sui componenti (S,D) e sull'induttanza L (resistenza parassita R_L)
- Altri fattori secondari (ESL, ESR di C)

Rappresentazione del circuito con i principali elementi parassiti

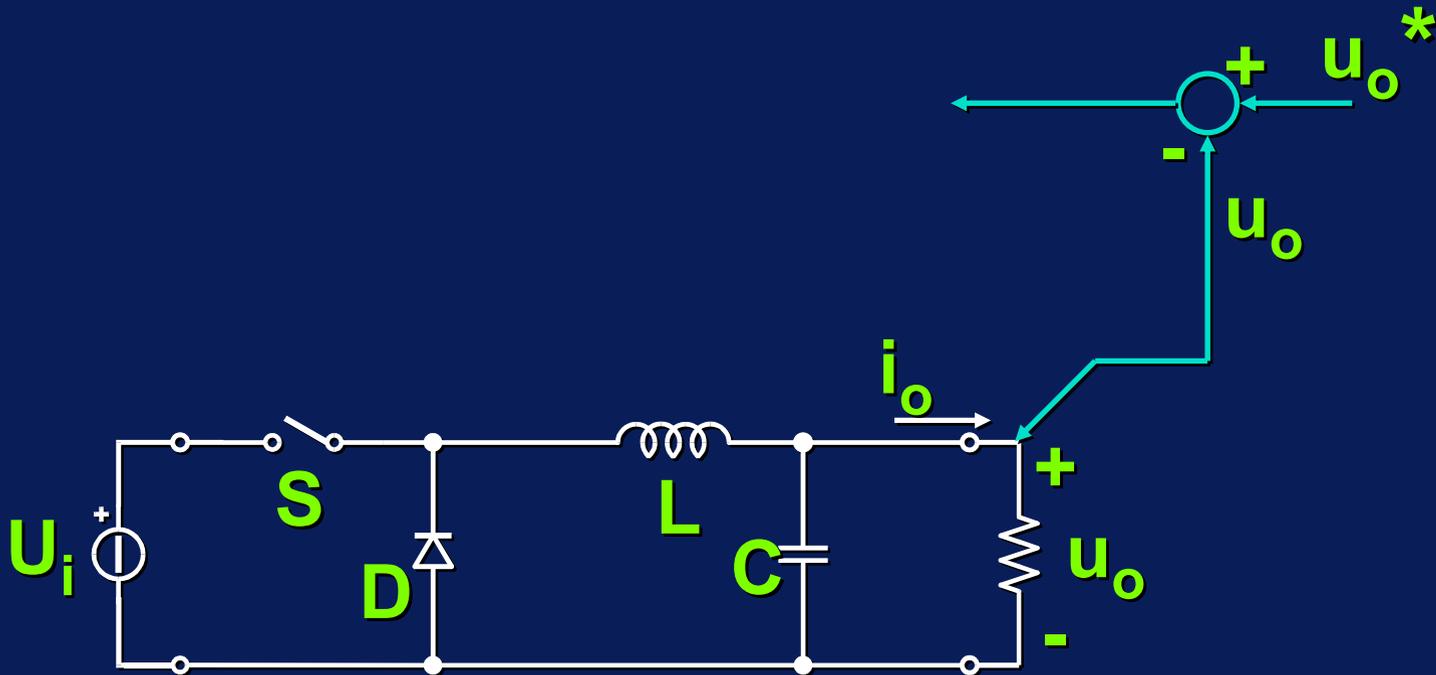


In pratica il modulatore PWM non consente di regolare U_o . Infatti, oltre che da δ , U_o dipende da:

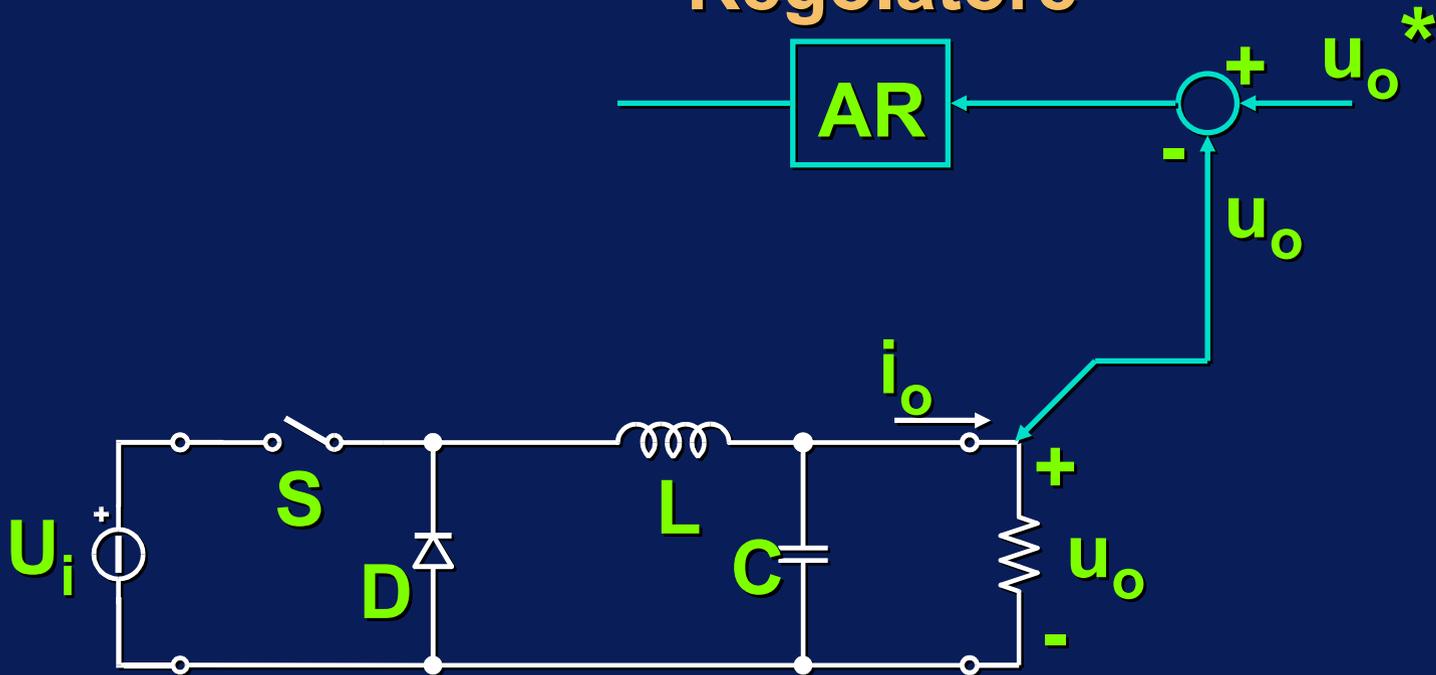
- U_i
- Modo di funzionamento (CCM o DCM)
- I_o
 - in DCM perché $M = f(\delta, I_o)$
 - in CCM a causa delle cadute di tensione sui componenti (S,D) e sull'induttanza L (resistenza parassita R_L)
- Altri fattori secondari (ESL, ESR di C)

Occorre quindi introdurre un controllo a retroazione di U_o

Struttura del controllo di tensione

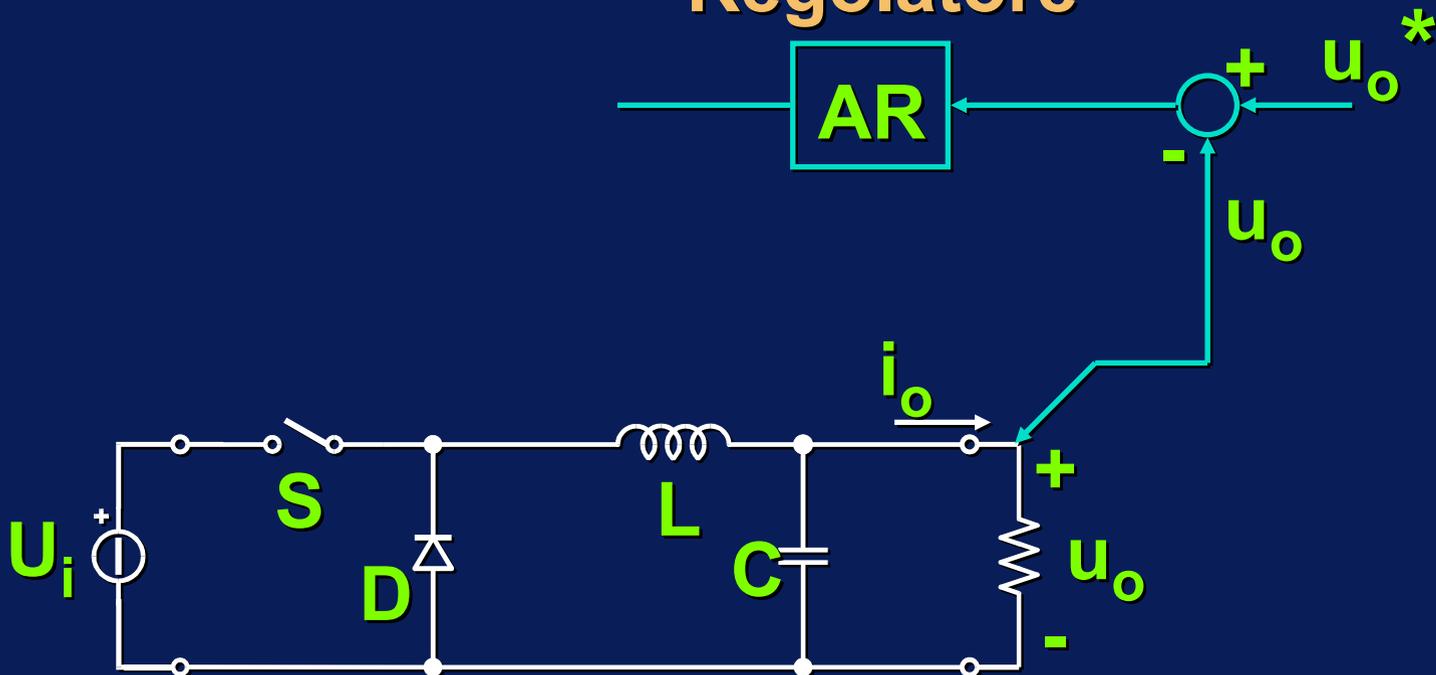


Struttura del controllo di tensione Amplificatore Regolatore



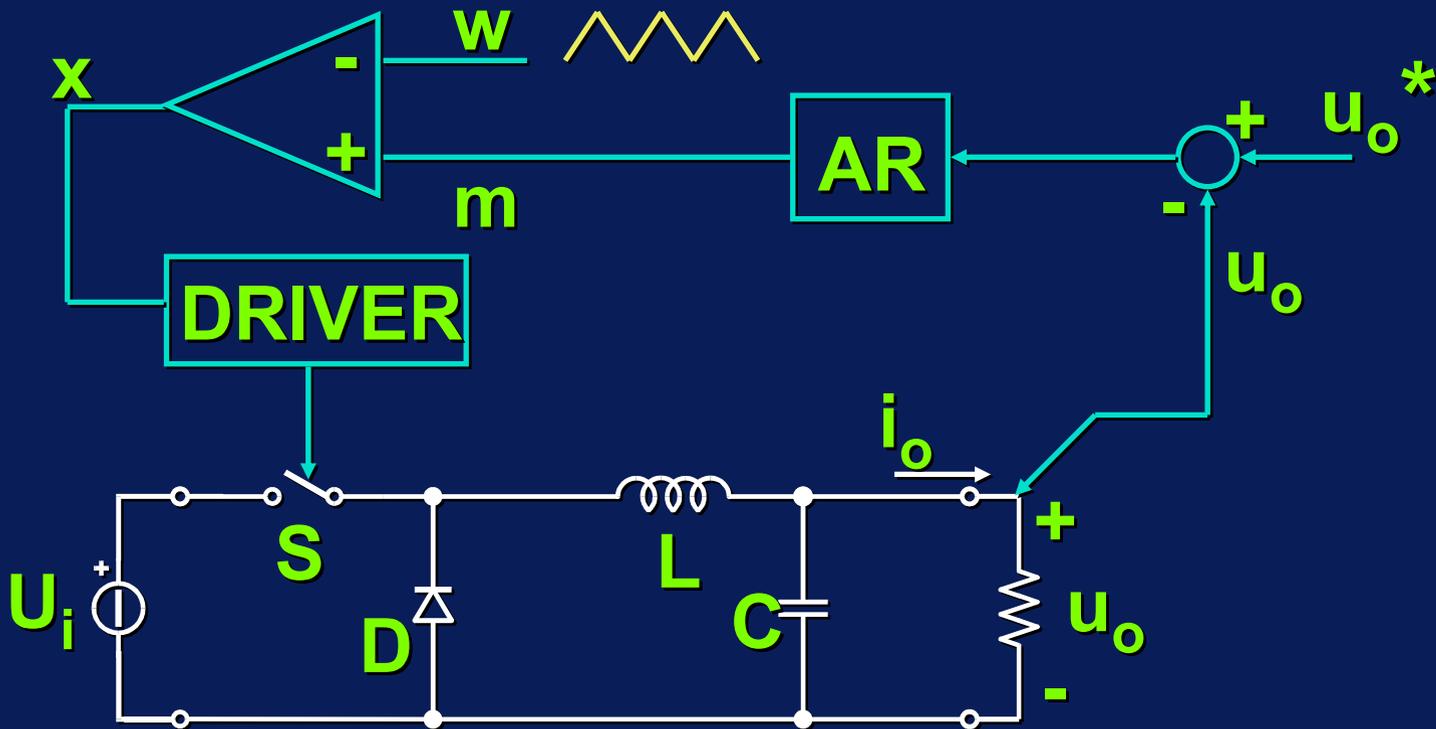
Struttura del controllo di tensione

Amplificatore Regolatore



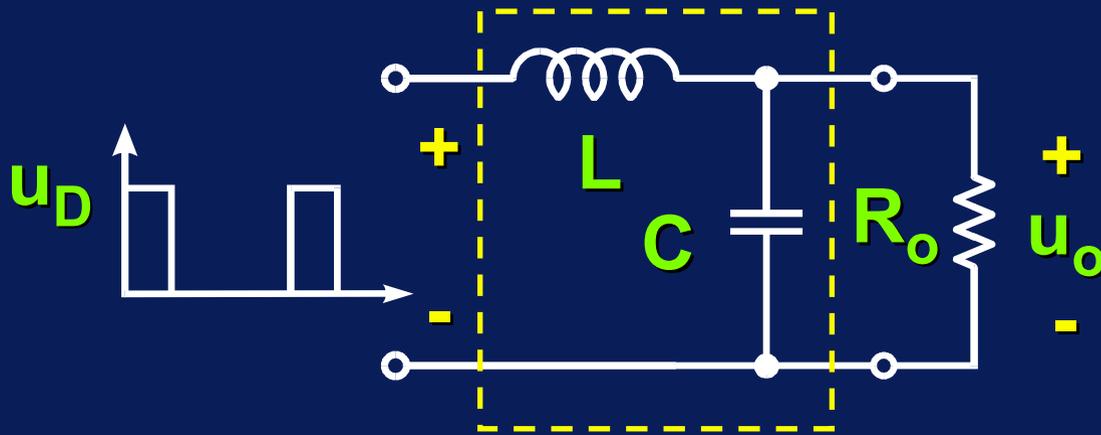
Il regolatore va scelto per garantire:
stabilità, precisione, prontezza

Struttura del controllo di tensione



**Il regolatore va scelto per garantire:
stabilità, precisione, prontezza**

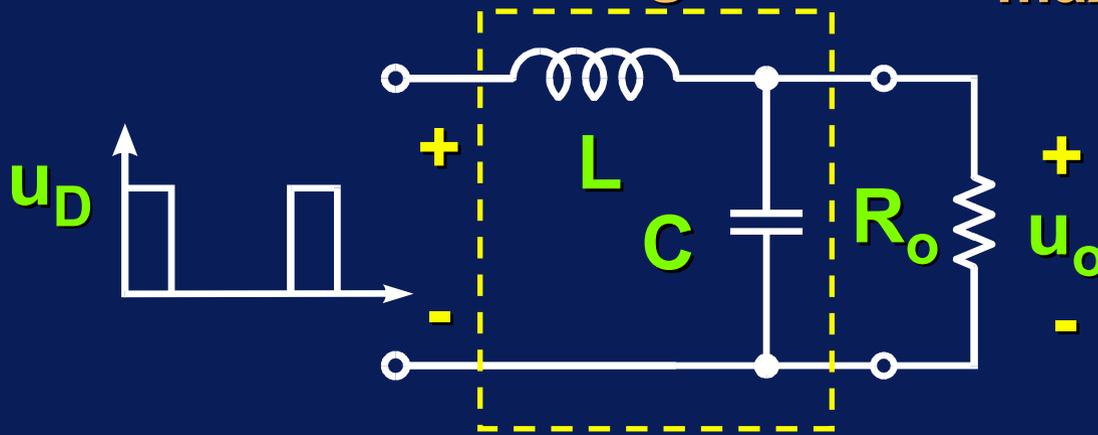
Modellistica dinamica del convertitore



Modellistica dinamica del convertitore

Valore medio di u_D in un intervallo di switching

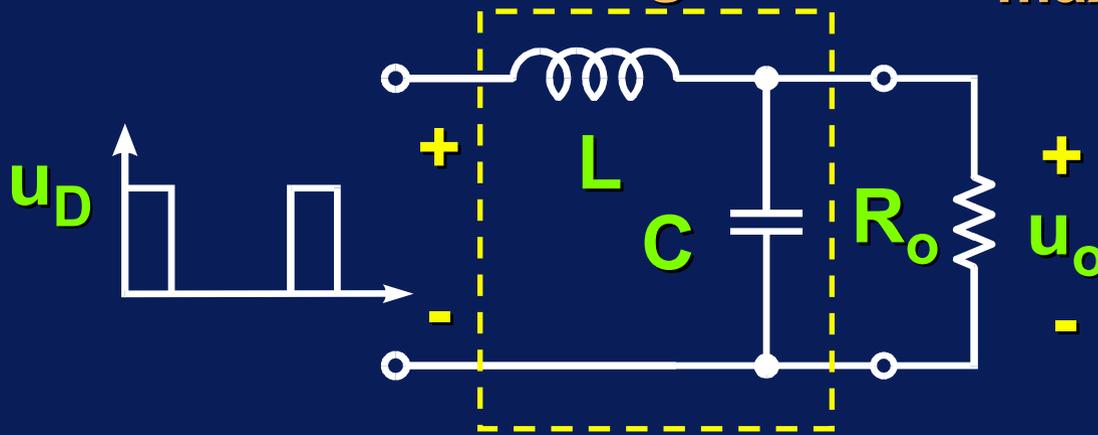
$$\bar{u}_D = U_i \cdot \delta = U_i \cdot \frac{t_{on}}{T_s} = U_i \cdot \frac{m}{W_{max}}$$



Modellistica dinamica del convertitore

Valore medio di u_D in un intervallo di switching

$$\bar{u}_D = U_i \cdot \delta = U_i \cdot \frac{t_{on}}{T_s} = U_i \cdot \frac{m}{W_{max}}$$



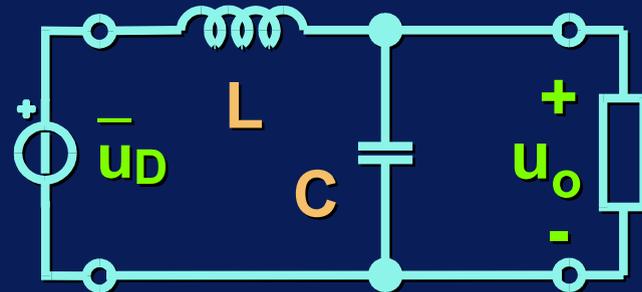
In bassa frequenza ($f \ll f_w$) il circuito si può studiare applicando un generatore di tensione $\bar{u}_D(t)$ all'ingresso del filtro

Modellistica dinamica del convertitore

Valore medio di u_D in un intervallo di switching

$$\bar{u}_D = U_i \cdot \delta = U_i \cdot \frac{t_{on}}{T_S} = U_i \cdot \frac{m}{W_{max}}$$

$$\frac{u_o(s)}{\bar{u}_D(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_o} + s^2 LC}$$

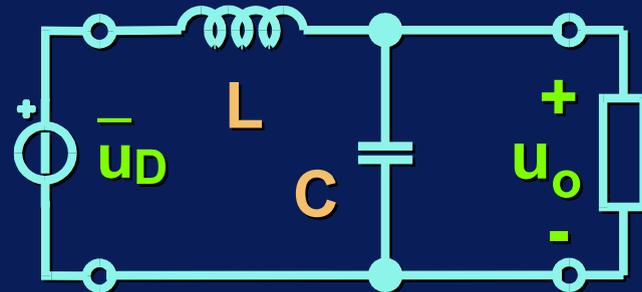


Modellistica dinamica del convertitore

Valore medio di u_D in un intervallo di switching

$$\bar{u}_D = U_i \cdot \delta = U_i \cdot \frac{t_{on}}{T_S} = U_i \cdot \frac{m}{W_{max}}$$

$$\frac{u_o(s)}{\bar{u}_D(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_o} + s^2 LC}$$

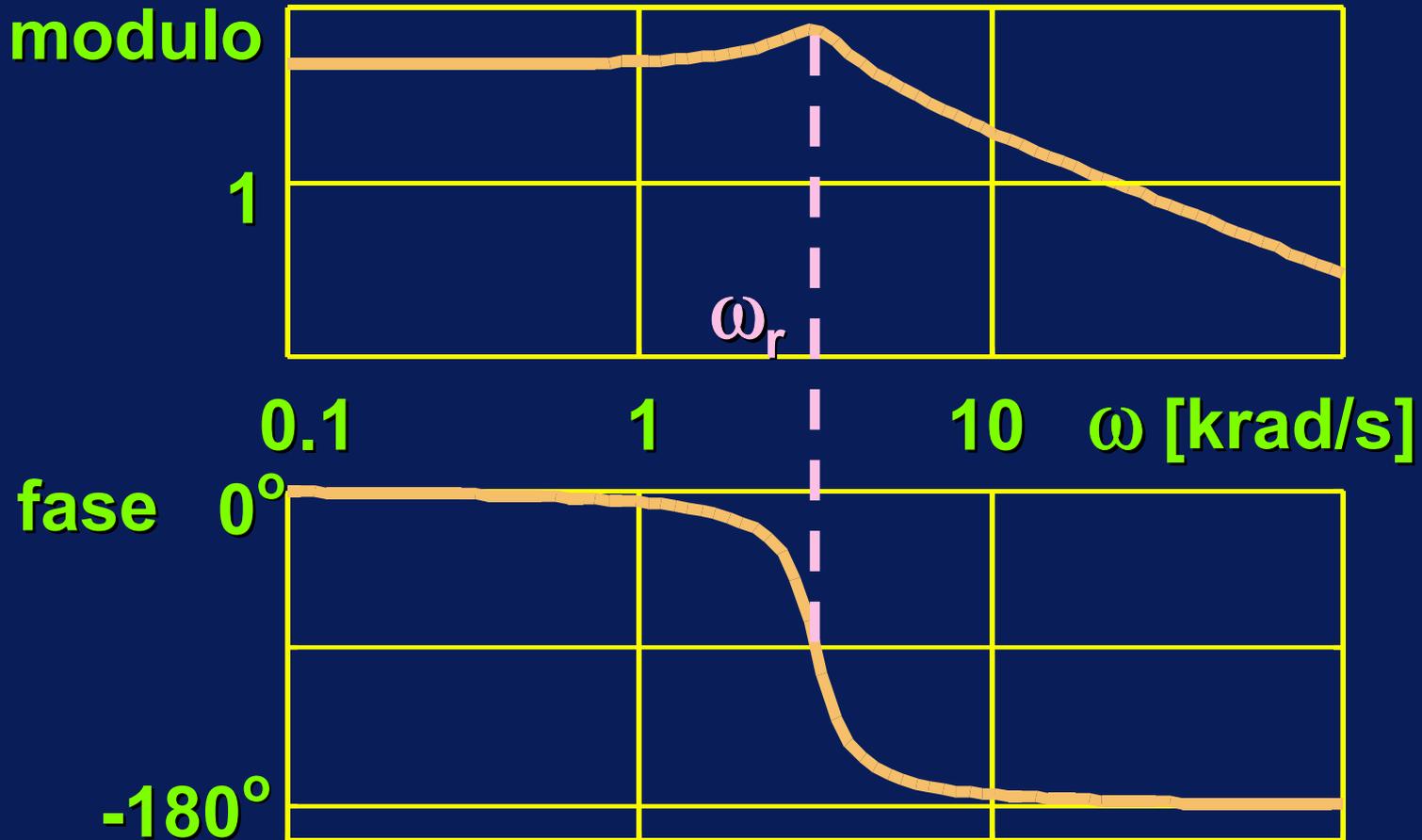


$$\frac{u_o(s)}{m(s)} = \frac{u_o(s)}{\bar{u}_D(s)} \cdot \frac{\bar{u}_D(s)}{m(s)} = \frac{u_o(s)}{\bar{u}_D(s)} \cdot \frac{U_i}{W_{max}}$$

Diagramma di Bode (senza regolatore)

$$\frac{u_o(s)}{m(s)} = \frac{U_i}{W_{\max}} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_o} + s^2 LC}$$

Diagramma di Bode (senza regolatore)



Risposta ad una variazione a gradino del segnale di riferimento m



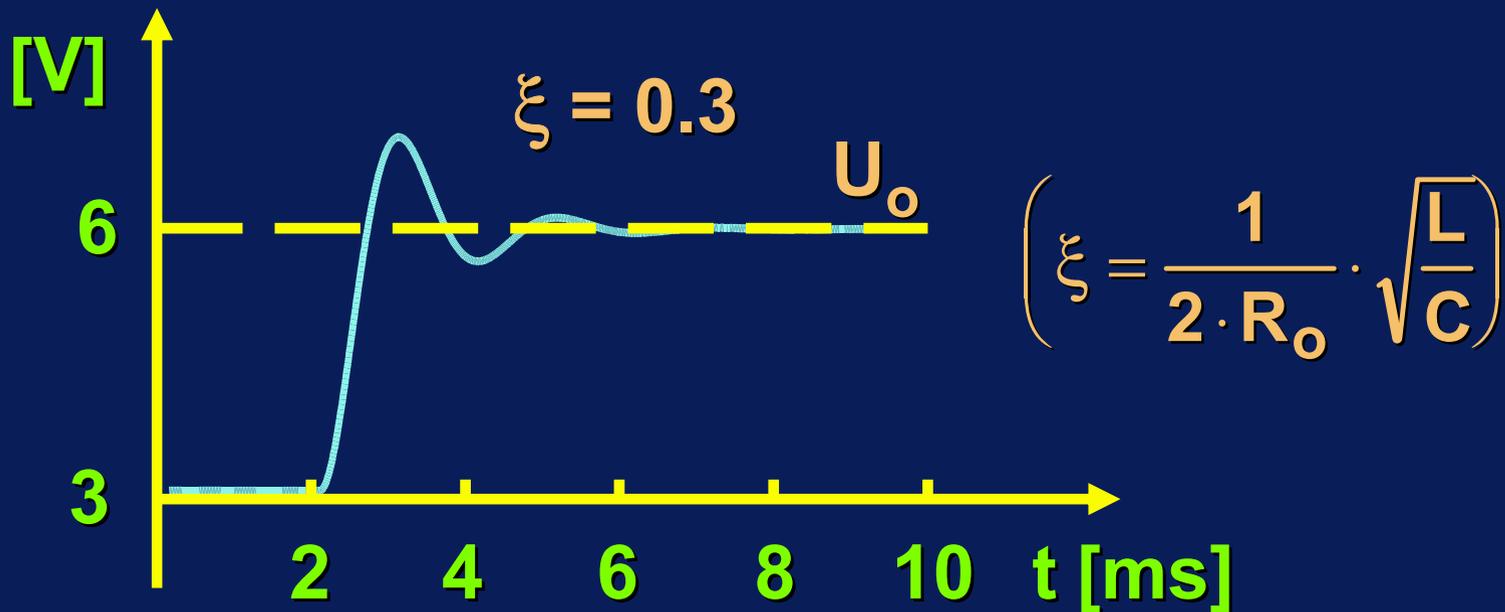
$U_i = 12 \text{ V}$

$\delta = 0.25 \Rightarrow U_o = 3 \text{ V}$

$\delta = 0.5 \Rightarrow U_o = 6 \text{ V}$

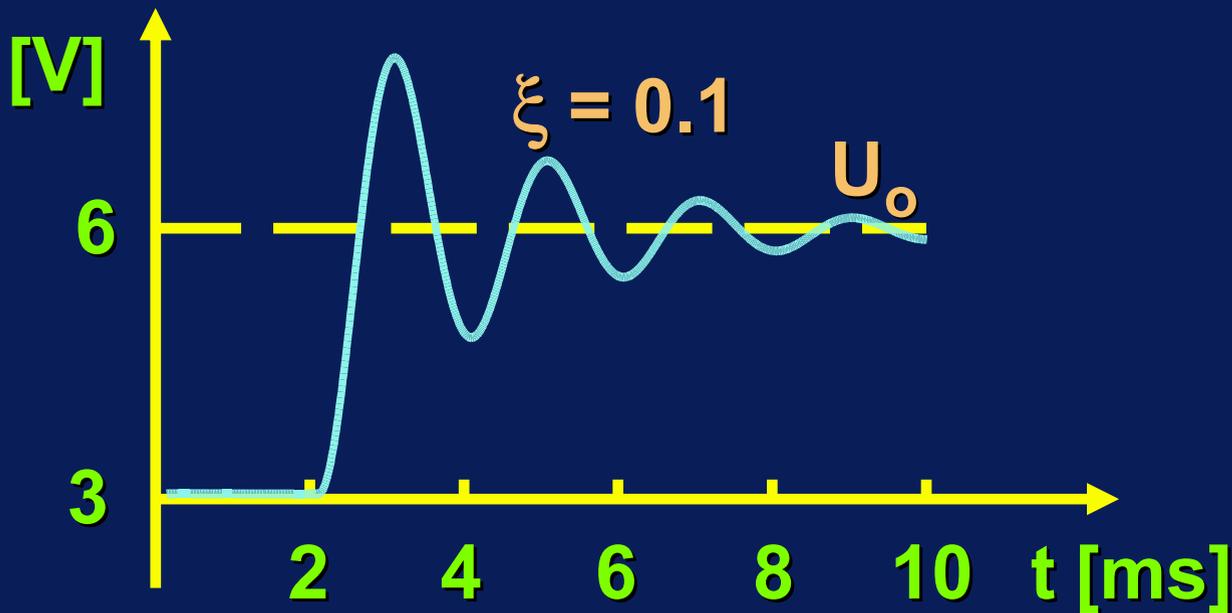
Risposta ad una variazione a gradino del segnale di riferimento m

Carico nominale (CCM)



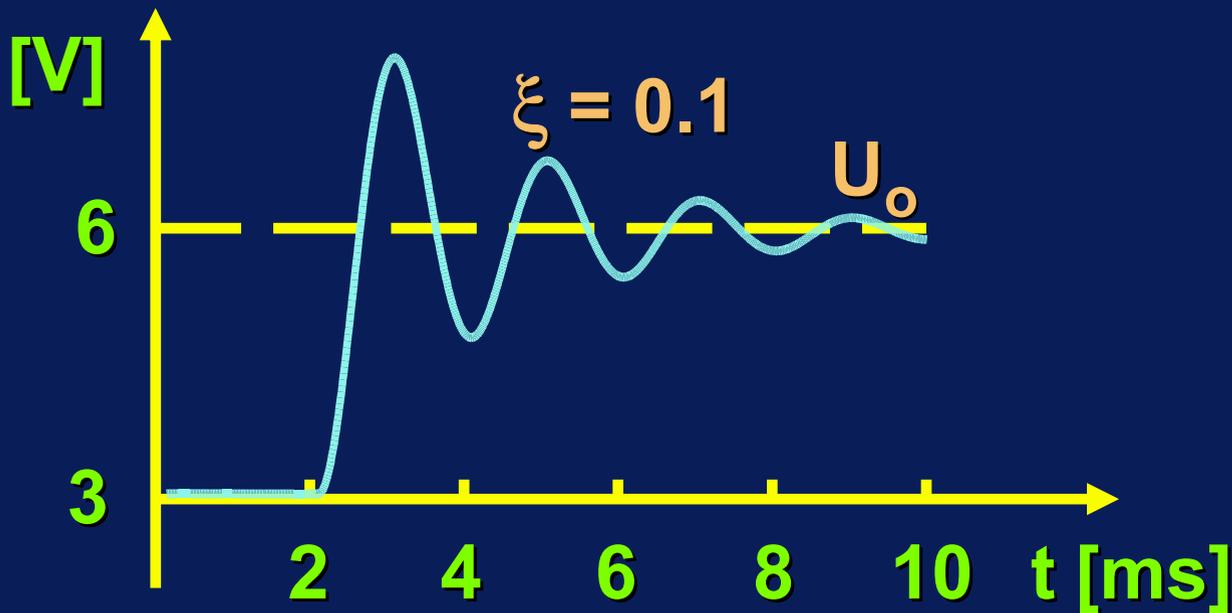
Risposta ad una variazione a gradino del segnale di riferimento m

Carico ridotto al 33%



Risposta ad una variazione a gradino del segnale di riferimento m

Carico ridotto al 33%



Le sovraelongazioni (overshoot) non sono di norma accettabili

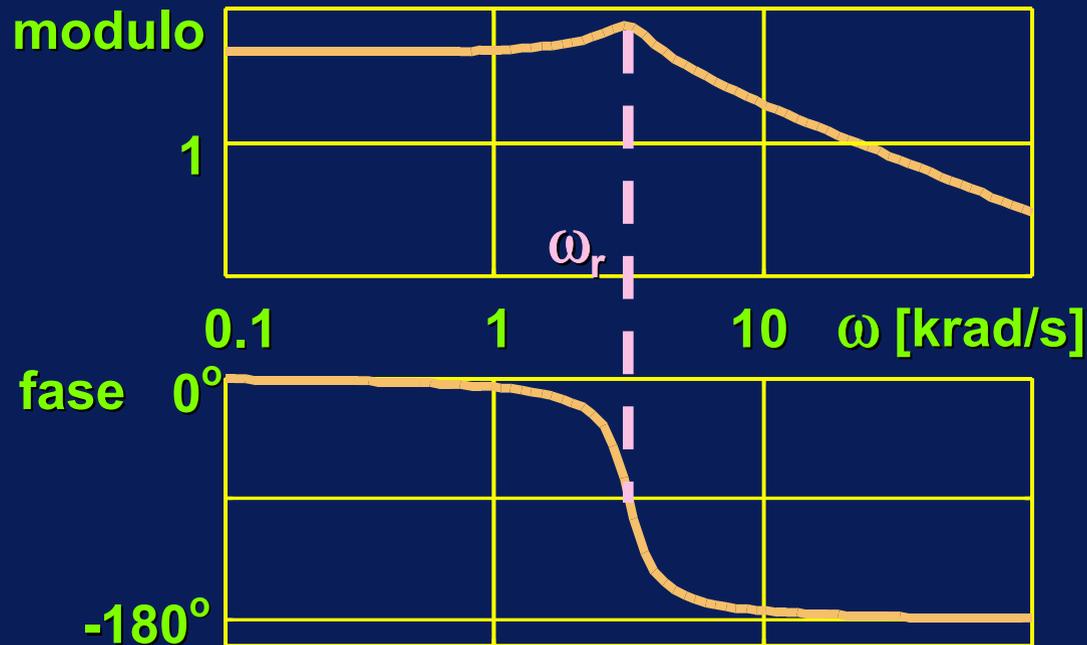
Scelta dei regolatori

Scelta dei regolatori

Il regolatore proporzionale non è usabile perchè il doppio polo del filtro rende il sistema instabile

Scelta dei regolatori

Il regolatore proporzionale non è usabile perchè il doppio polo del filtro rende il sistema instabile



Scelta dei regolatori

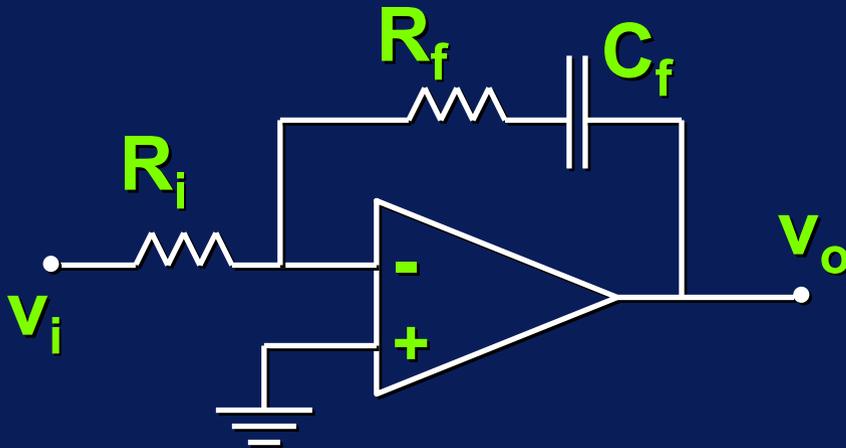
Regolatore PI:

$$PI(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k \cdot \frac{1 + s\tau}{s\tau}$$

Scelta dei regolatori

Regolatore PI:

$$PI(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k \cdot \frac{1 + s\tau}{s\tau}$$



$$k = -R_f/R_i$$

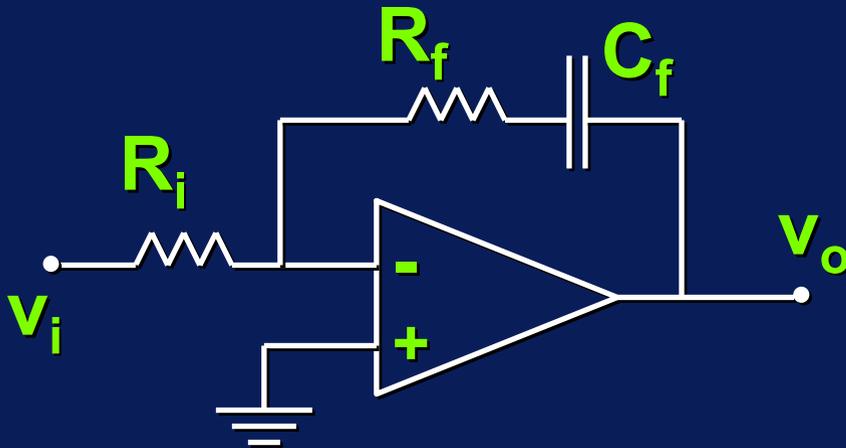
$$\tau = R_f C_f$$

Scelta dei regolatori

Regolatore PI:

$$PI(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k \cdot \frac{1 + s\tau}{s\tau}$$

$$\tau \cong \frac{1}{\omega_r}$$



$$k = -R_f/R_i$$

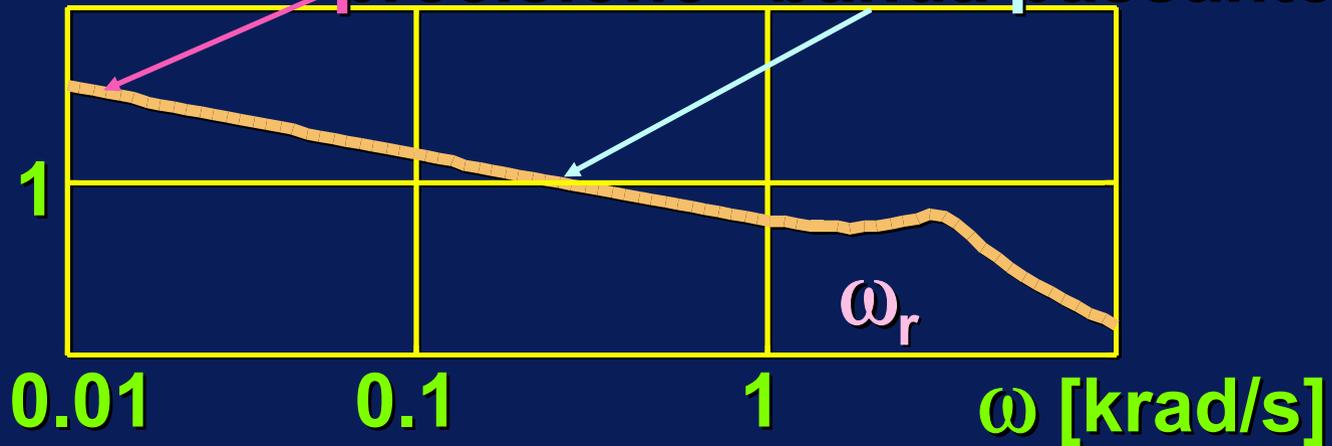
$$\tau = R_f C_f$$

Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PI

modulo

precisione

banda passante



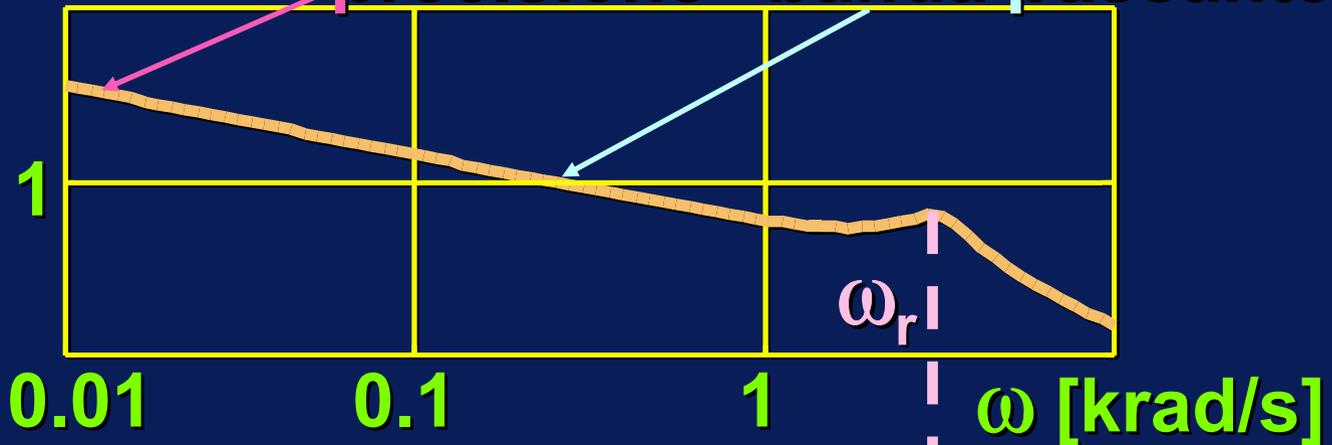
$$\frac{u_o(s)}{m(s)} = \frac{U_i}{W_{\max}} \cdot k \cdot \frac{1 + s\tau}{s\tau} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{L}{R} + s^2LC}$$

Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PI

modulo

precisione

banda passante



fase

-90°

-180°

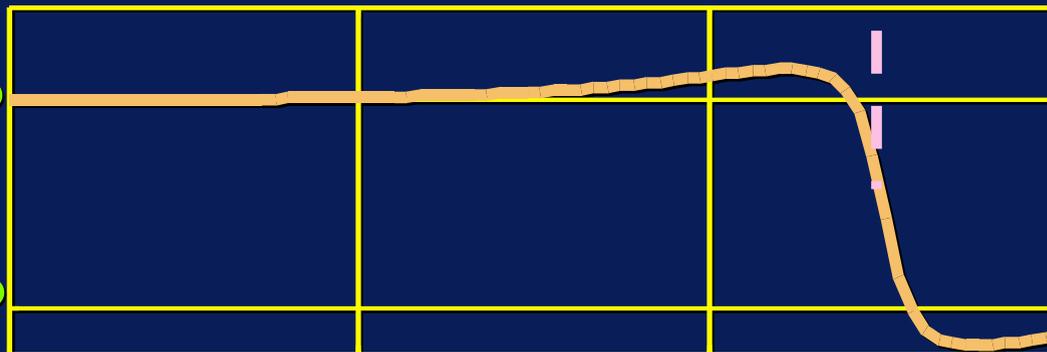
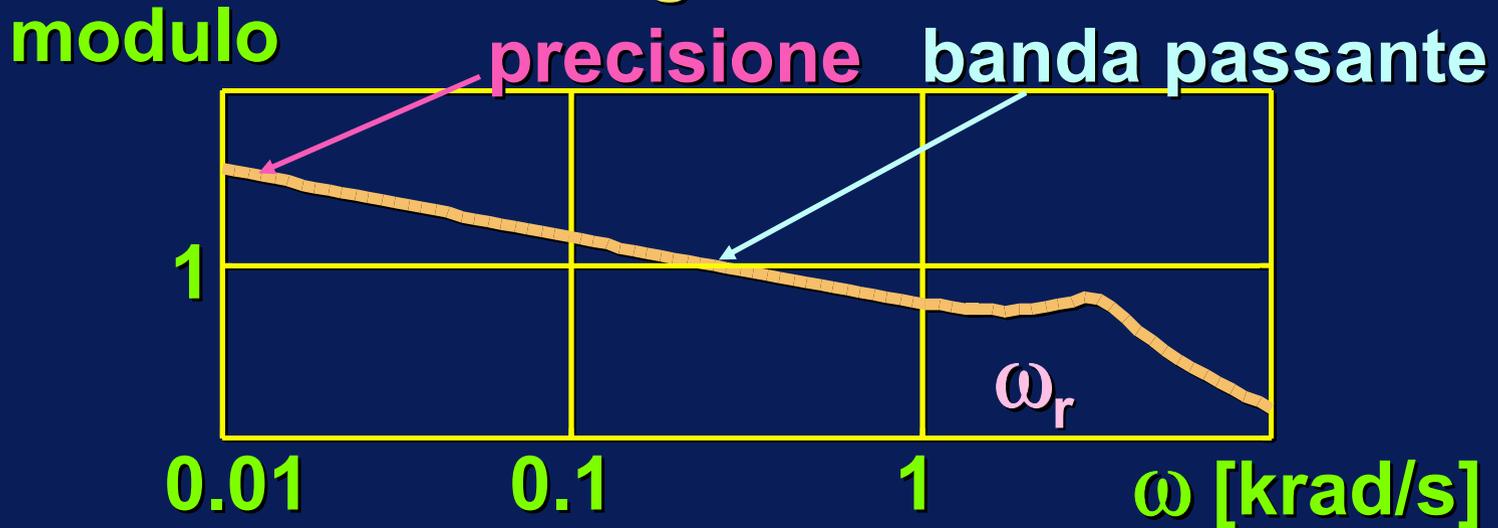


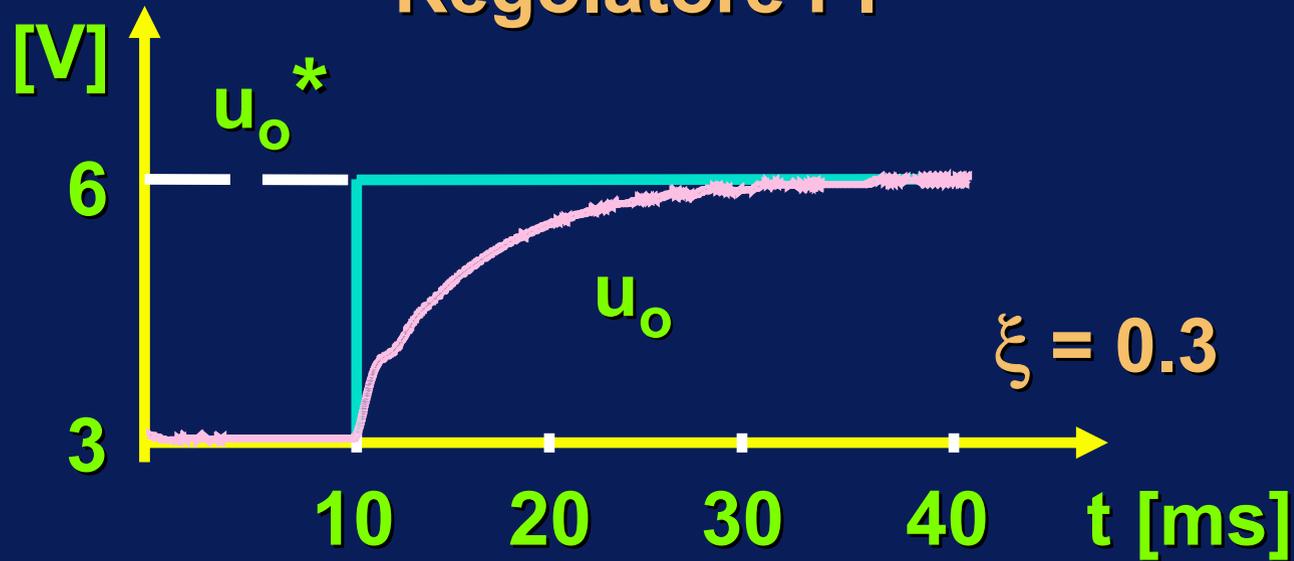
Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PI



Il regolatore PI garantisce buona precisione (sistema di Tipo 1) e stabilità. La banda passante però é **limitata**.

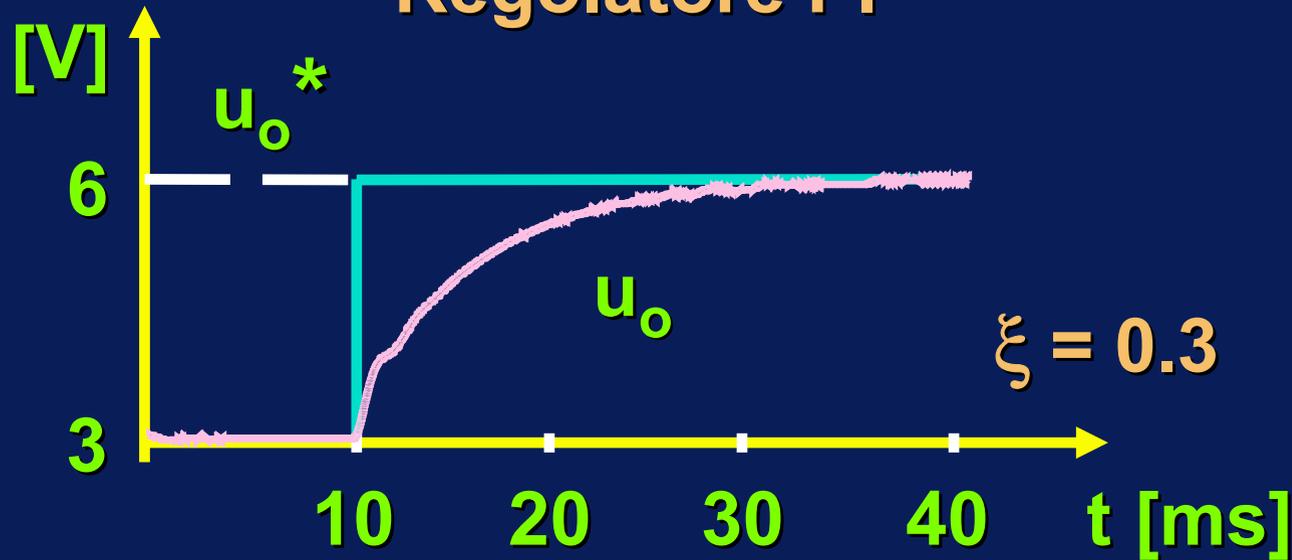
Risposta dinamica del controllo di tensione

Regolatore PI



Risposta dinamica del controllo di tensione

Regolatore PI



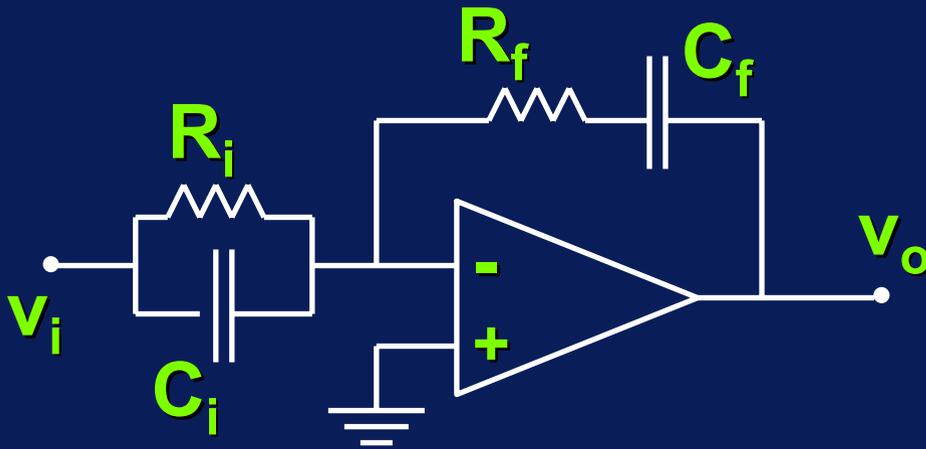
La dinamica risulta **lenta**, con tempi di risposta molto superiori a quelli rilevabili ad anello aperto

Scelta dei regolatori - Regolatore PID

$$\text{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s = k \cdot \frac{(1 + s\tau_1) \cdot (1 + s\tau_2)}{s\tau_1}$$

Scelta dei regolatori - Regolatore PID

$$\text{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s = k \cdot \frac{(1 + s\tau_1) \cdot (1 + s\tau_2)}{s\tau_1}$$



$$k = -R_f/R_i$$

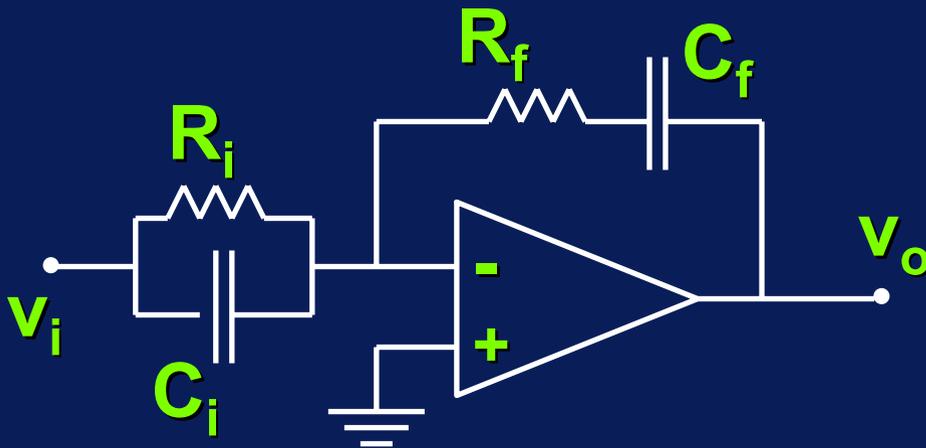
$$\tau_1 = R_f C_f$$

$$\tau_2 = R_i C_i$$

Scelta dei regolatori - Regolatore PID

$$\text{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s = k \cdot \frac{(1 + s\tau_1) \cdot (1 + s\tau_2)}{s\tau_1}$$

$$\tau_1 \cong \tau_2 \cong \frac{1}{\omega_r}$$

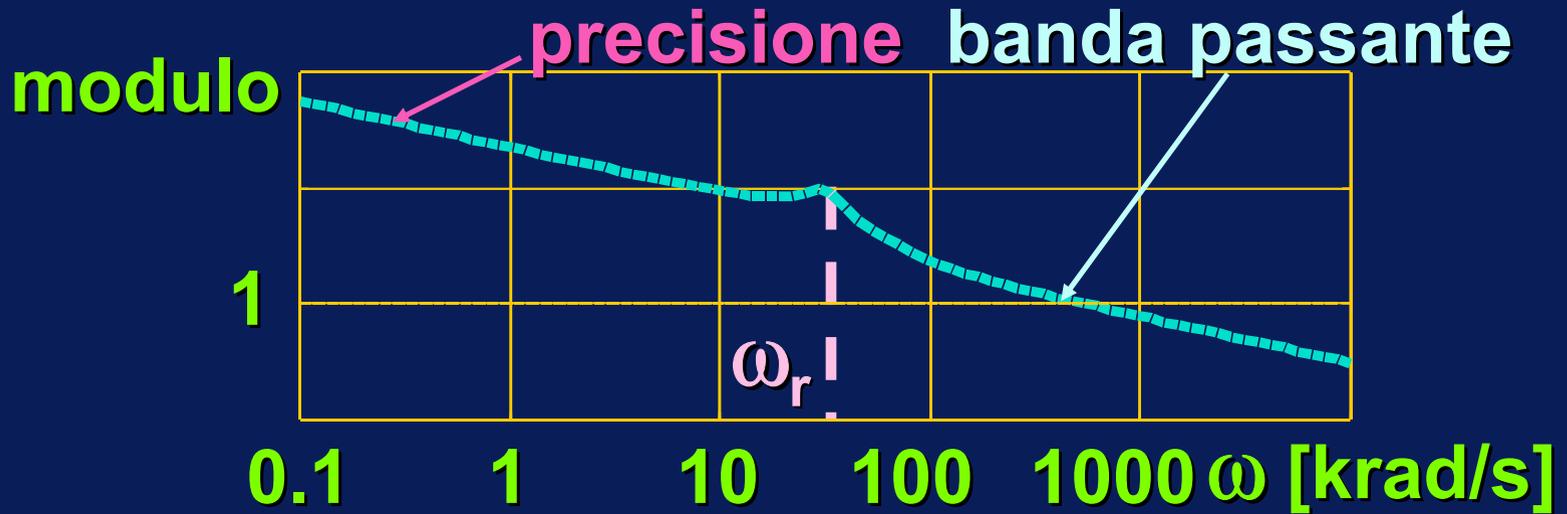


$$k = -R_f/R_i$$

$$\tau_1 = R_f C_f$$

$$\tau_2 = R_i C_i$$

Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PID



$$\frac{u_o(s)}{m(s)} = \frac{U_i}{W_{\max}} \cdot k \cdot \frac{(1 + s\tau_1) \cdot (1 + s\tau_2)}{s\tau_1} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{L}{R} + s^2LC}$$

Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PID

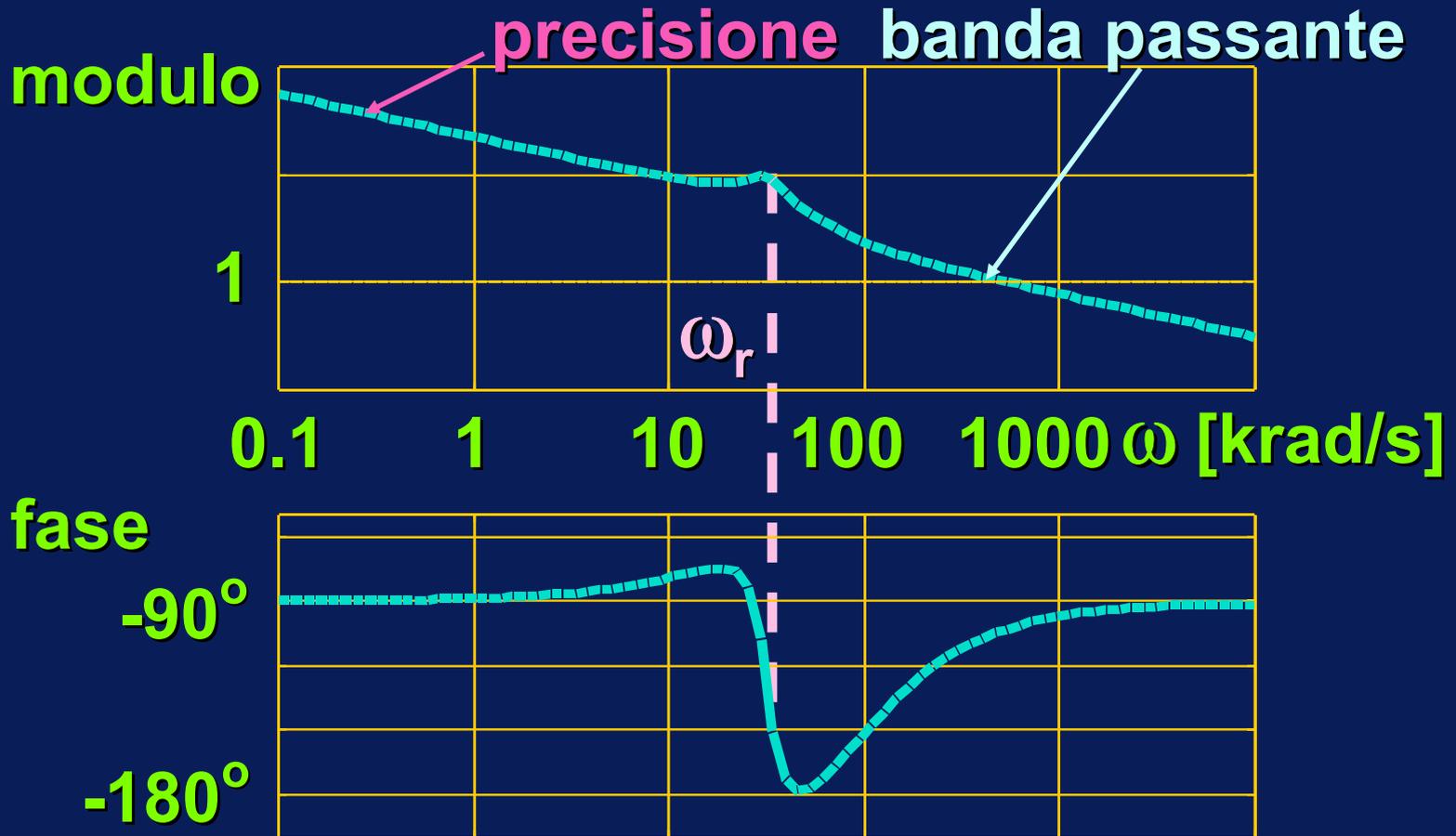


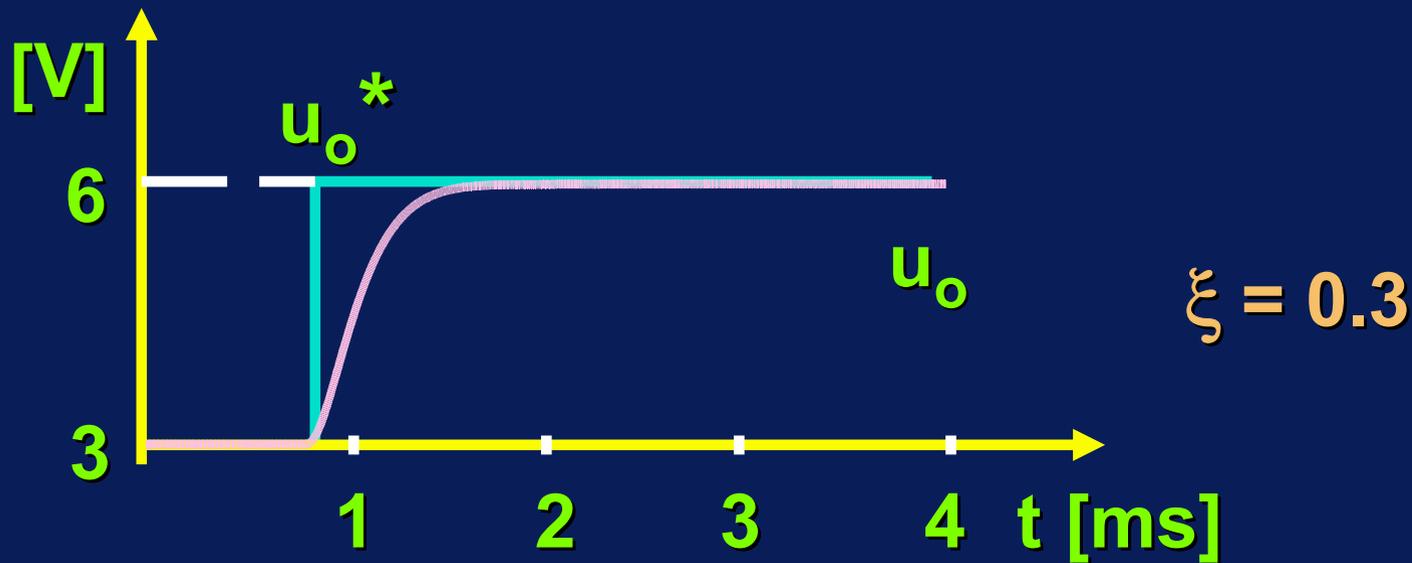
Diagramma di Bode del guadagno d'anello con regolatore PID



Il regolatore **PID** consente bande passanti **elevate**, ma può diventare **instabile** se non progettato accuratamente

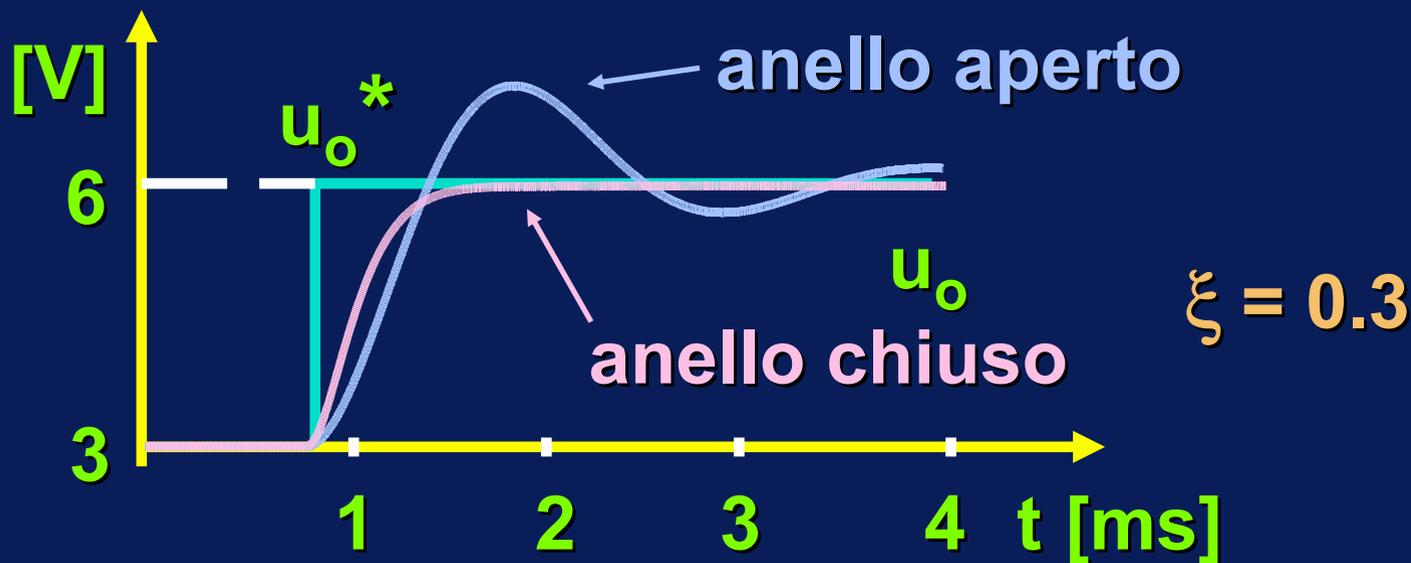
Risposta dinamica del controllo di tensione

Regolatore PID



Risposta dinamica del controllo di tensione

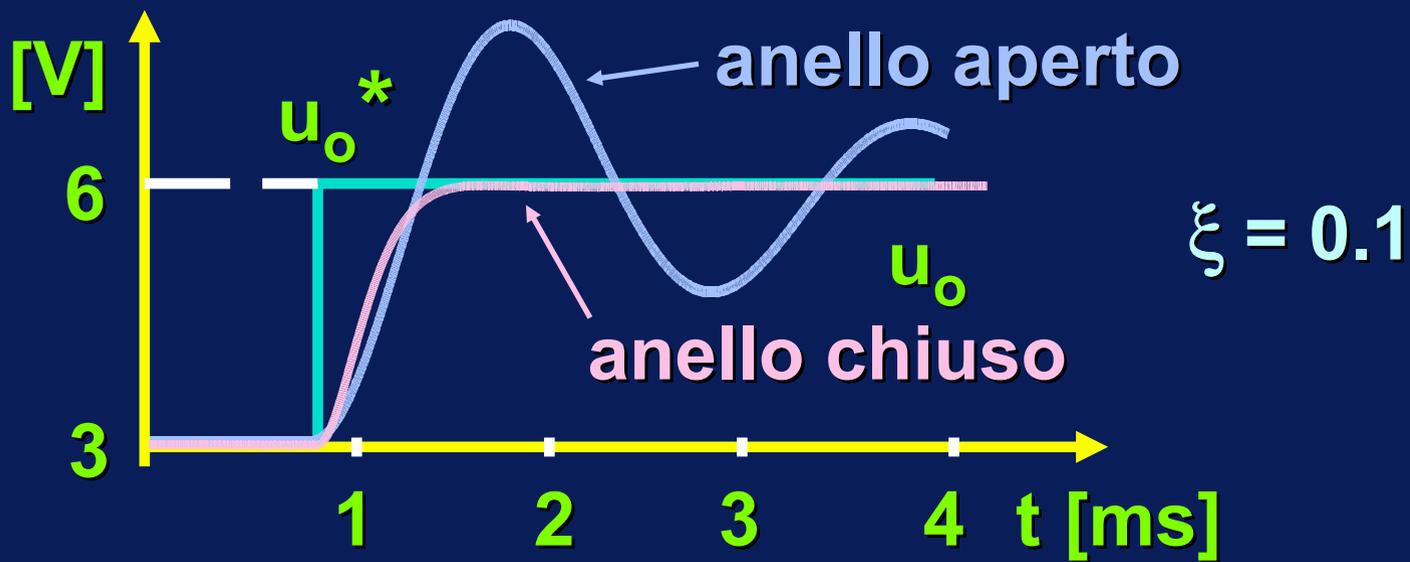
Regolatore PID



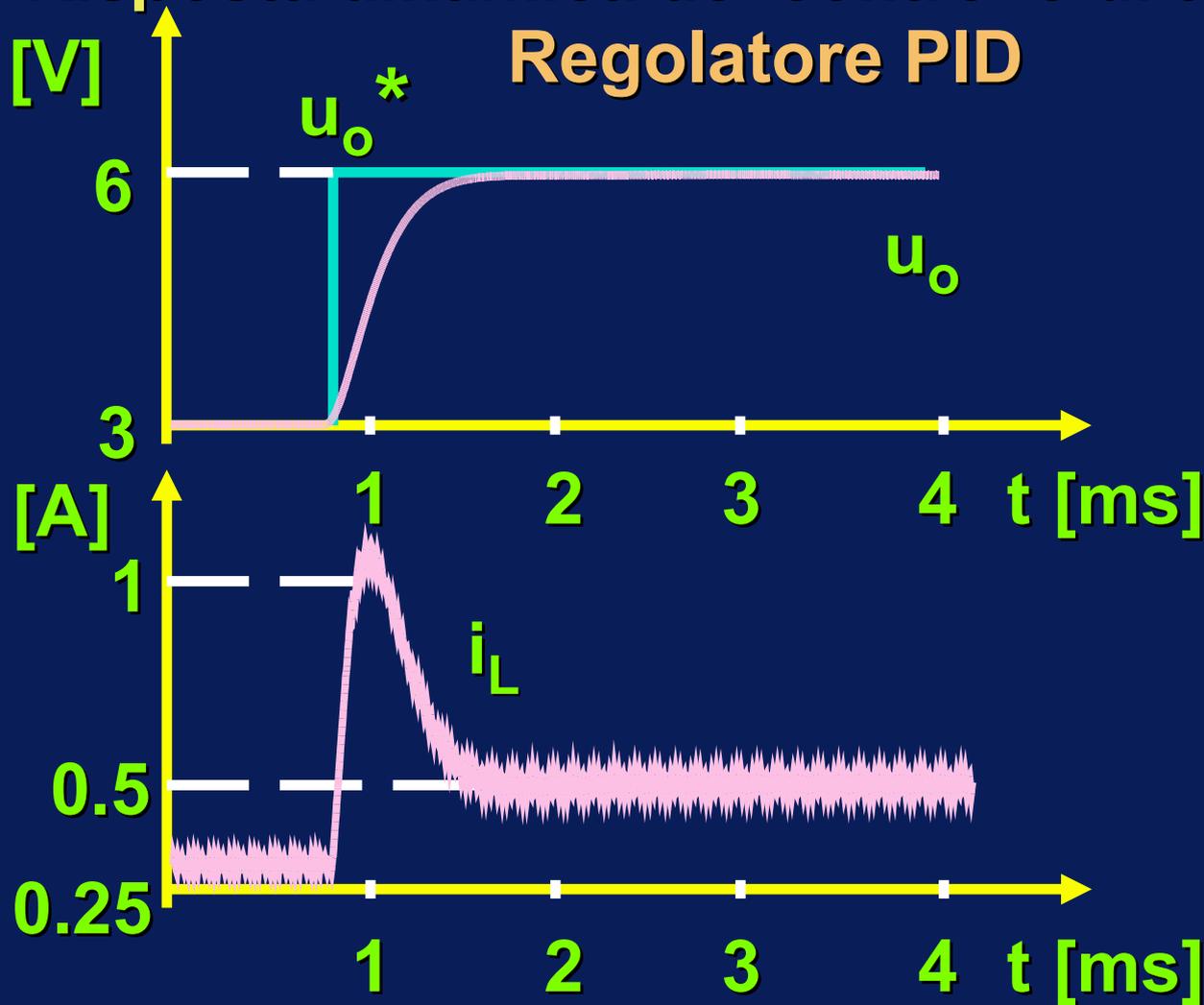
La velocità di risposta é confrontabile con quella ad anello aperto

Risposta dinamica del controllo di tensione

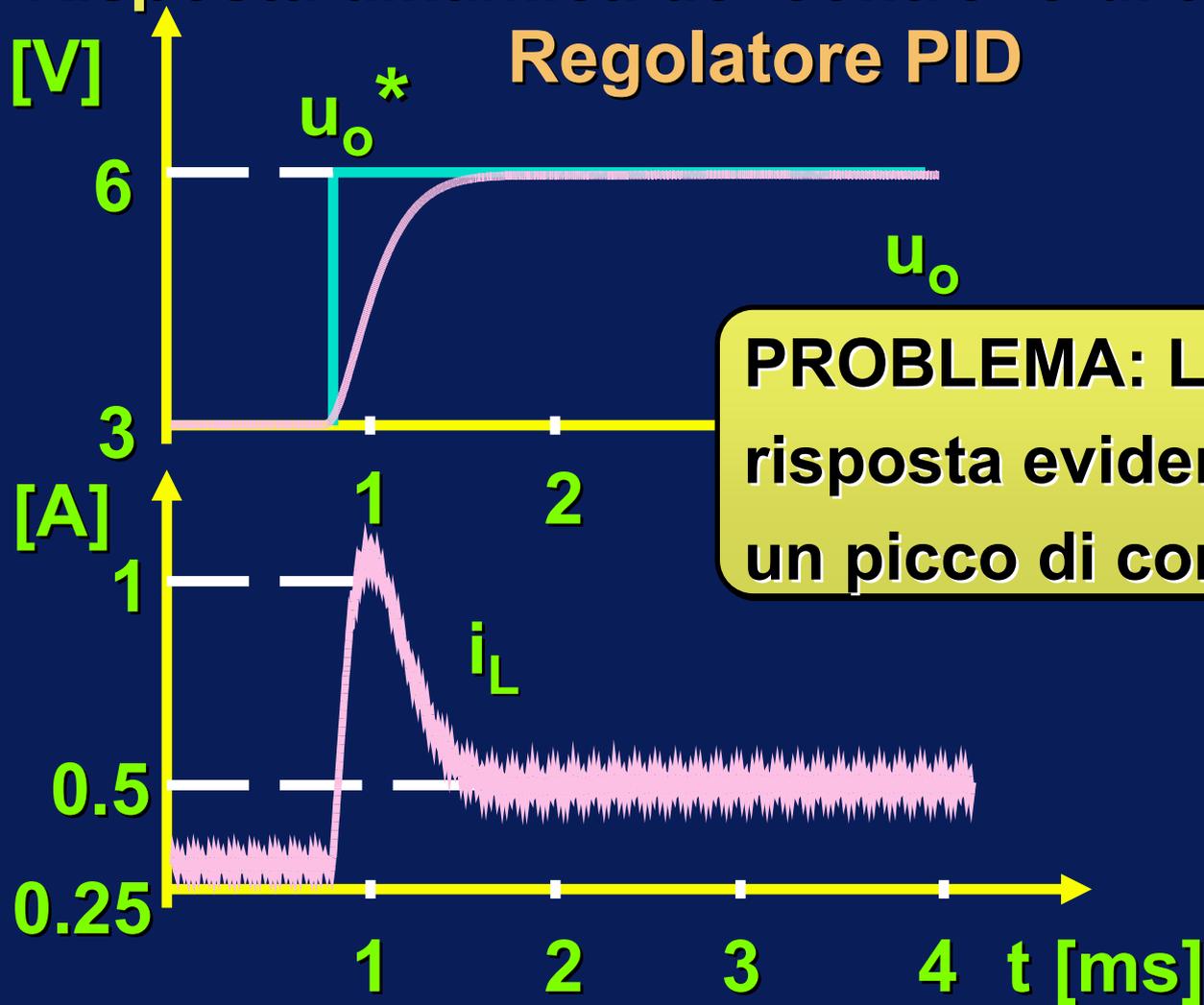
Regolatore PID



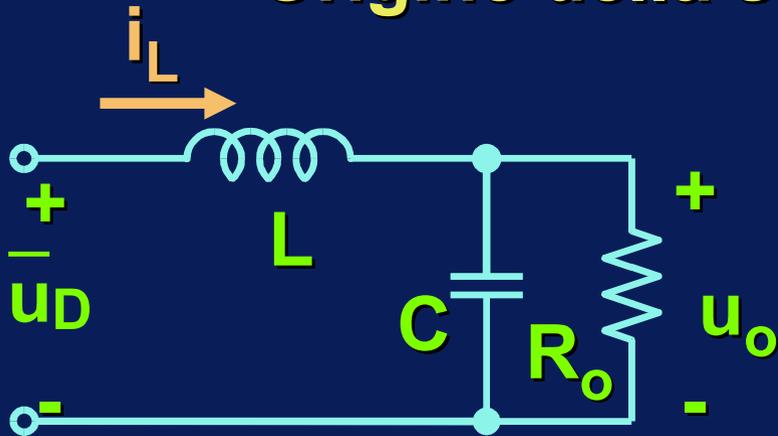
Risposta dinamica del controllo di tensione Regolatore PID



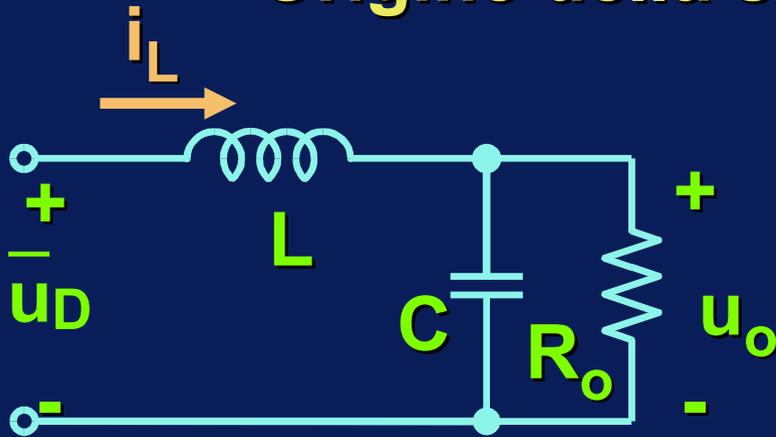
Risposta dinamica del controllo di tensione Regolatore PID



Origine della sovracorrente

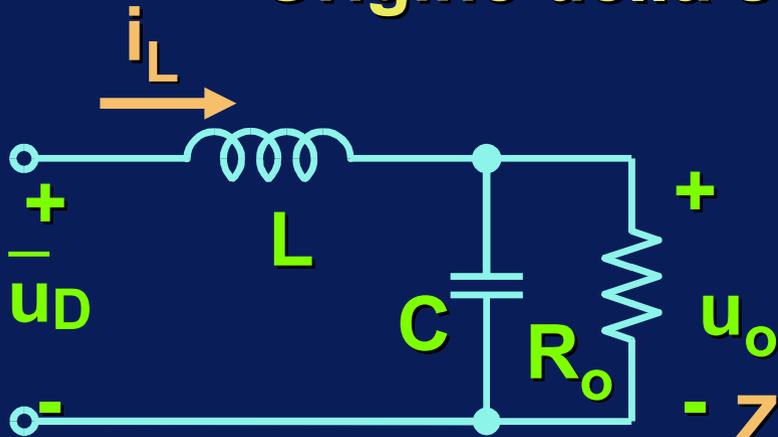


Origine della sovracorrente



$$i_L(s) = \frac{\bar{u}_D(s)}{Z(s)}$$

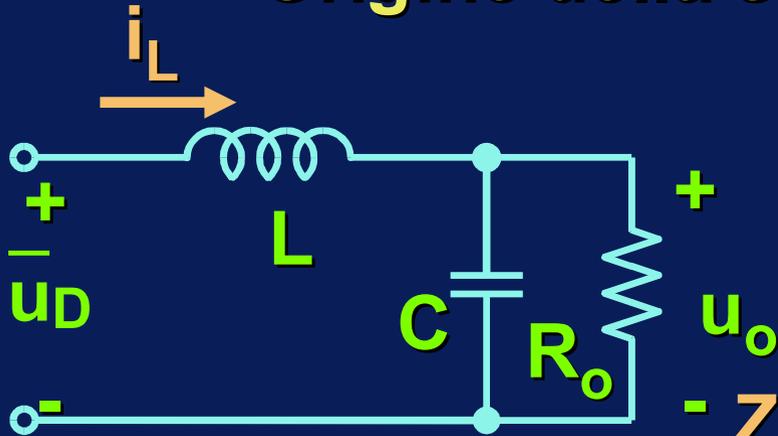
Origine della sovracorrente



$$i_L(s) = \frac{\bar{u}_D(s)}{Z(s)}$$

$$Z(s) = s \cdot L + R_o // \frac{1}{s \cdot C}$$

Origine della sovracorrente

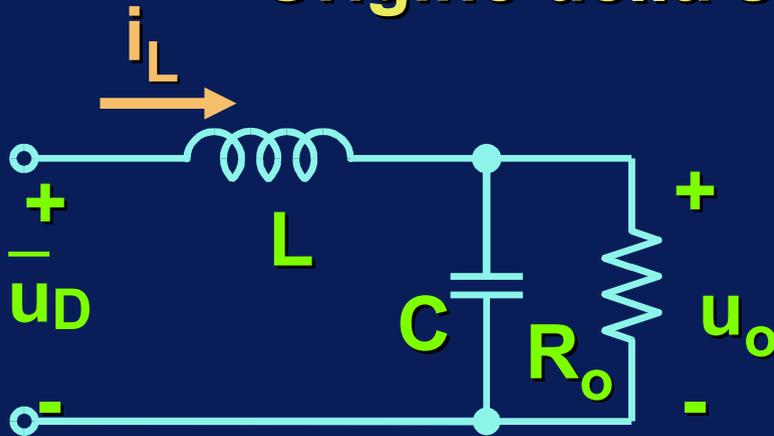


$$i_L(s) = \frac{\bar{u}_D(s)}{Z(s)}$$

$$Z(s) = s \cdot L + R_o // \frac{1}{s \cdot C}$$

$$\frac{i_L(s)}{\bar{u}_D(s)} = \frac{1}{R_o} \cdot \frac{1 + sR_oC}{1 + s\frac{L}{R_o} + s^2LC}$$

Origine della sovracorrente

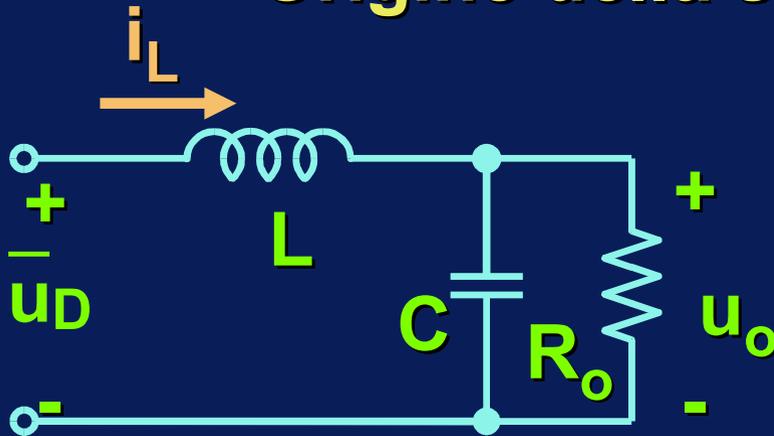


azione derivatrice

$$\frac{i_L(s)}{u_D(s)} = \frac{1}{R_o} \cdot \frac{1 + sR_oC}{1 + s\frac{L}{R_o} + s^2LC}$$

Il circuito reagisce ad una variazione a gradino dell'ingresso con un impulso di corrente

Origine della sovracorrente



Il picco di corrente impone il sovradimensionamento del circuito

Occorre provvedere una limitazione di corrente



Conclusioni

- **La modulazione di larghezza degli impulsi (PWM) consente un semplice controllo del duty-cycle**
- **Per un'efficace regolazione della tensione d'uscita occorre introdurre un anello di controllo a retroazione**
- **Per ottenere buone prestazioni dinamiche dall'anello di controllo di tensione serve un regolatore PID, che provoca sovracorrenti transitorie**
- **Occorre una limitazione di corrente**