

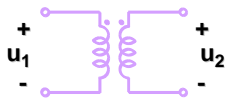
## Corso di ELETTRONICA INDUSTRIALE

### *“Trasformatori ad alta frequenza”*

### Trasformatori ad alta frequenza

- Motivazioni per l'uso di trasformatori ad AF
- Richiami sul trasformatore ideale
  - Relazioni tra le tensioni
  - Relazioni tra le correnti
- Trasformatore a più avvolgimenti
- Calcolo del flusso
- Dimensionamento del nucleo
- Caratteristiche del trasformatore reale

### Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



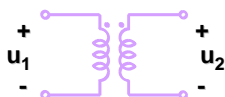
- Isolamento tra ingresso ed uscita
- Adattamento del livello di tensione
- Minore potenza di dimensionamento del convertitore ( $U_i \approx U_{0max}$ )

### Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza

Motivazioni valide anche per trasformatori a bassa frequenza

- Isolamento tra ingresso ed uscita
- Adattamento del livello di tensione
- Minore potenza di dimensionamento del convertitore ( $U_i \approx U_{0max}$ )

### Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



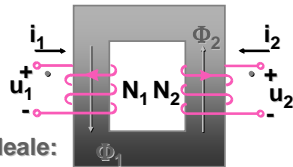
- Piccole dimensioni
- Possibilità di realizzare convertitori multi-uscita

### Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza

Motivazioni tipiche dei trasformatori ad alta frequenza

- Piccole dimensioni
- Possibilità di realizzare convertitori multi-uscita

### Richiami sul trasformatore ideale



Trasformatore ideale:

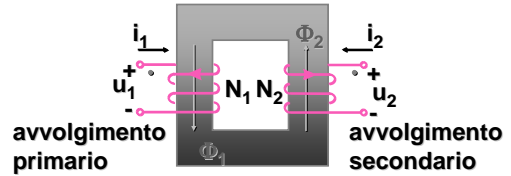
- nucleo con  $\mu = \infty$

$$R = 0$$

- avvolgimenti perfettamente accoppiati

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$$

### Relazione tra le tensioni



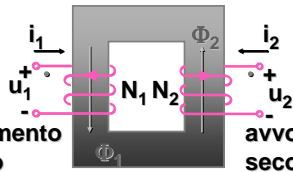
avvolgimento  
primario

avvolgimento  
secondario

$\lambda = N\Phi =$  flusso concatenato

$$\begin{cases} u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

### Relazione tra le correnti



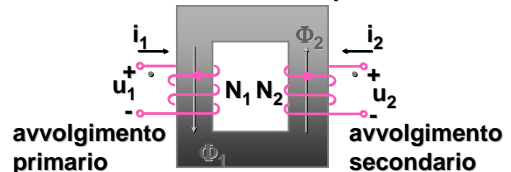
avvolgimento  
primario

avvolgimento  
secondario

Compensazione delle forze magnetomotrici

$$N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = R \cdot \Phi = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}}$$

### Conservazione delle potenze



avvolgimento  
primario

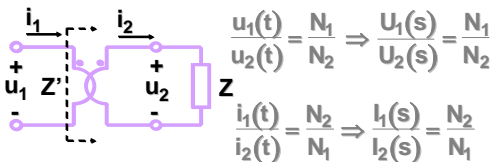
avvolgimento  
secondario

$$P_1 = u_1 \cdot i_1 = -\frac{N_1}{N_2} \cdot u_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 = -u_2 \cdot i_2 = -P_2$$

$P_1 + P_2 = 0$  La totale potenza entrante nel trasformatore è nulla (potenza entrante = potenza uscente)

### Adattamento di impedenza

Trasformatore ideale

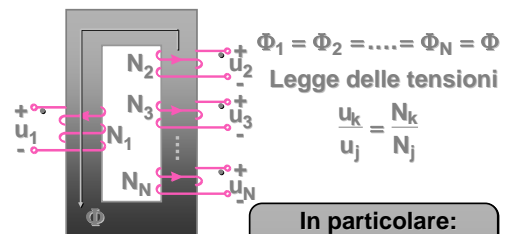


$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1(s)}{U_2(s)} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{I_1(s)}{I_2(s)} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$Z'(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{U_2(s)}{I_2(s)} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z(s)$$

### Trasformatore a più avvolgimenti



$\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_N = \Phi$   
Legge delle tensioni

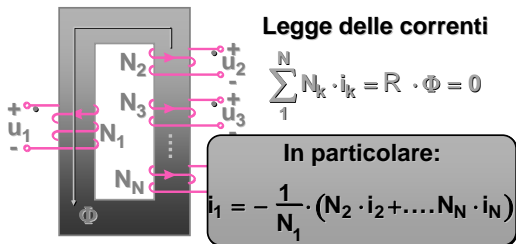
$$\frac{u_k}{u_j} = \frac{N_k}{N_j}$$

Trasformatore ideale

In particolare:

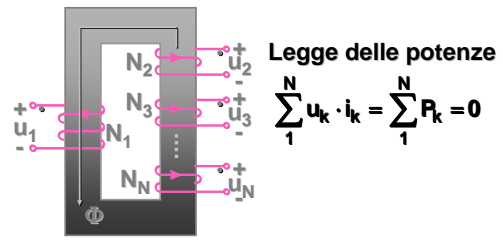
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}; \dots \frac{u_N}{u_1} = \frac{N_N}{N_1}$$

### Trasformatore a piú avvolgimenti



Trasformatore ideale

### Trasformatore a piú avvolgimenti



Trasformatore ideale

### Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

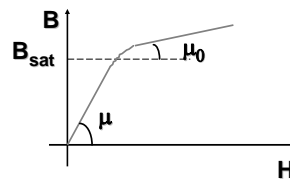
- La tensione non può avere componenti continue

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$$

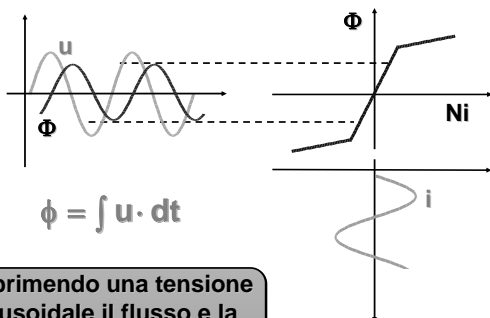
... altrimenti il flusso cresce indefinitamente

### Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- $B_{max}$  é limitata dalla saturazione

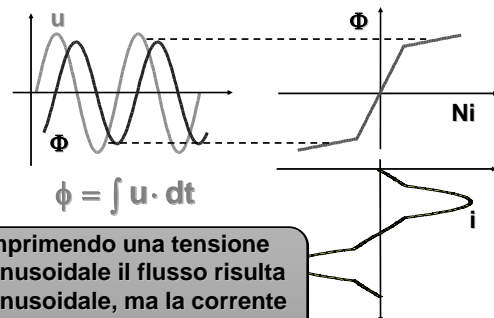


### Funzionamento con nucleo non saturo



Imprimendo una tensione sinusoidale il flusso e la corrente risultano anch'essi sinusoidali

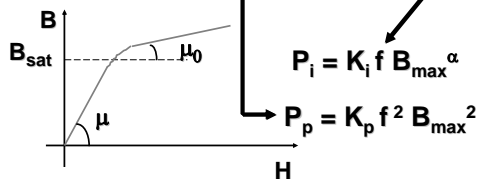
### Funzionamento con nucleo saturo



Imprimendo una tensione sinusoidale il flusso risulta sinusoidale, ma la corrente si deforma a causa della non linearità della curva B-H

### Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- $B_{max}$  è limitata dalla saturazione (e dalle perdite per correnti parassite e isteresi)



### Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- $B_{max}$  è limitata dalla saturazione (e dalle perdite per correnti parassite e isteresi)

Materiali magnetici per alta frequenza debbono avere bassi coefficienti di perdita  $K_i$  e  $K_p$ . Si usano ferriti, che sono sinterizzati a piccola isteresi magnetica.

$$P_i = K_i f B_{max}^\alpha$$

$$P_p = K_p f^2 B_{max}^2$$

### Dimensionamento del nucleo

- Il flusso  $\Phi$  determina le dimensioni del nucleo

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$$

$$\Phi_{max} = B_{max} \cdot S \leq B_{sat} \cdot S$$

$B_{sat}$  è una caratteristica del materiale: quindi  $\Phi_{max}$  determina S (cioè la sezione del nucleo magnetico)

### Dimensionamento del nucleo

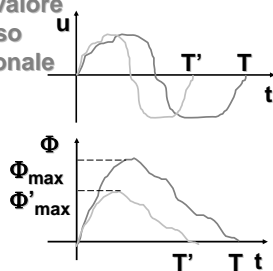
- Il flusso  $\Phi$  determina le dimensioni del nucleo (assegnata  $B_{sat}$ )
- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso ( $\Phi_{max}$ ) è proporzionale al periodo

### Dimensionamento del nucleo

- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso ( $\Phi_{max}$ ) è proporzionale al periodo

$$\phi = \int u \cdot dt$$

$$\frac{\Phi_{max}}{\Phi'_{max}} = \frac{T}{T'}$$



### Dimensionamento del nucleo

- Il flusso  $\Phi$  determina le dimensioni del nucleo (assegnata  $B_{sat}$ )
- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso ( $\Phi_{max}$ ) è proporzionale al periodo



Un trasformatore dimensionato per funzionare a frequenza più elevata risulta più piccolo

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

0.5T Saturazione

$B_{max} = 0.1T$  100 kHz

Al crescere della frequenza crescono le perdite per isteresi e correnti parassite

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

0.5T Saturazione

$B_{max} = 0.1T$  100 kHz

0.03T 500 kHz

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

Posto:  $\Phi = \Phi_{max} \cdot \text{sen} \omega t$

$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot \Phi_{max} \cdot \text{cos} \omega t$

$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$       $U \uparrow \text{ se } \omega \uparrow$

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$

$S_a$

coeff. riempimento  $\cong 0.5$

$S_{avv} = \frac{S_a \cdot k_r}{2} = \frac{N \cdot I}{\delta_l}$      3-5 A/mm<sup>2</sup>

2 avvolgimenti

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$

$I = \frac{S_a \cdot k_r \cdot \delta_l}{2 \cdot N}$

$P = P_1 = P_2 = U \cdot I = \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe} \cdot S_a \cdot \delta_l \cdot \frac{k_r}{2\sqrt{2}}$

Dimensioni del nucleo

**Potenza gestibile dal nucleo**

$S_{Fe}$

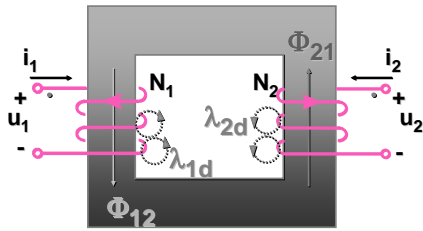
$\Phi_{max} = S_{Fe} \cdot B_{max}$

$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$

$I = \frac{S_a \cdot k_r \cdot \delta_l}{2 \cdot N}$

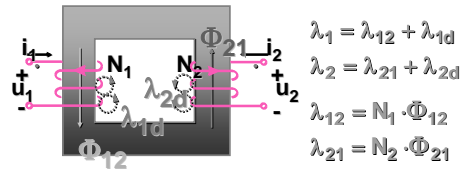
$P \propto \omega \cdot S_{Fe} \cdot S_a \propto \omega \cdot \text{Vol}$

### Trasformatore reale ( $\mu < \infty$ )



La riluttanza del nucleo non è trascurabile  
I flussi concatenati con gli avvolgimenti  
sono diversi

### Trasformatore reale ( $\mu < \infty$ )



Induttanze di dispersione:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_{12} + \lambda_{1d} \\ \lambda_2 &= \lambda_{21} + \lambda_{2d} \\ \lambda_{12} &= N_1 \cdot \Phi_{12} \\ \lambda_{21} &= N_2 \cdot \Phi_{21} \\ \Phi_{12} &= \Phi_{21} = \Phi \\ \lambda_{1d} &= L_{1d} \cdot i_1 \\ \lambda_{2d} &= L_{2d} \cdot i_2 \end{aligned}$$

### Trasformatore reale

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned}$$

Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

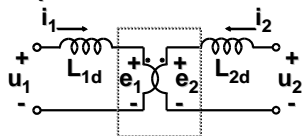
### Trasformatore reale

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned}$$

Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad \text{si ha:} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

### Circuito equivalente del trasformatore reale

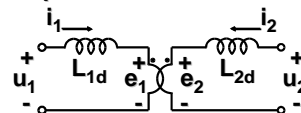


Trasformatore  
ideale

$$\begin{aligned} u_1 &= L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + e_1 \\ u_2 &= L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + e_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} \end{cases}$$

### Circuito equivalente del trasformatore reale



Circuito equivalente semplificato

$$L'_d = L_{1d} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot L_{2d}$$

### Corrente magnetizzante

$$\Phi(t) = \int \frac{e_1}{N_1} dt$$

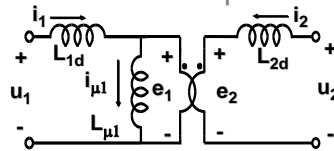
Al flusso è associata una forza magnetomotrice, che viene fornita dalla sorgente di alimentazione (circuito primario)

$$R \cdot \Phi = N_1 \cdot i_{\mu 1} \Rightarrow i_{\mu 1} = \frac{R \cdot \Phi}{N_1}$$

La corrente  $i_{\mu 1}$  è la corrente magnetizzante (riferita a primario) del trasformatore

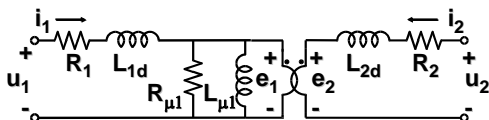
### Corrente magnetizzante

La corrente magnetizzante  $i_{\mu 1}$  viene associata ad una induttanza equivalente nonlineare (induttanza magnetizzante  $L_{\mu 1}$ ) alimentata alla tensione  $e_1$



$L_{\mu 1}$  può essere rappresentata anche a secondario

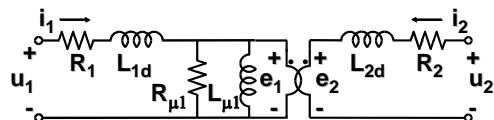
### Schema equivalente complessivo



$R_1$  e  $R_2$  sono le resistenze degli avvolgimenti

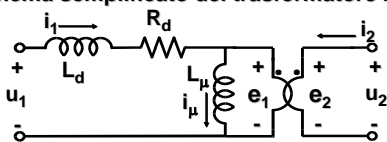
$R_{\mu 1}$  tiene conto delle perdite nel nucleo (isteresi e correnti parassite)

### Schema equivalente complessivo



**Nota:** Il trasformatore reale non conserva la potenza. Vi sono elementi dissipativi ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_{\mu 1}$ ) e di accumulo energetico ( $L_{1d}$ ,  $L_{2d}$ ,  $L_{\mu 1}$ )

### Schema semplificato del trasformatore reale

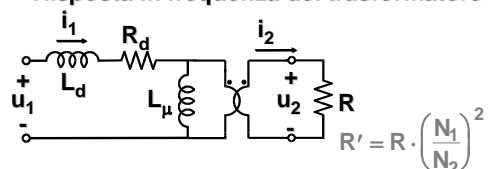


Ipotesi semplificative:

- piccole cadute di tensione:  $u_1 \cong e_1$   $u_2 \cong e_2$
- perdite nel nucleo trascurabili:  $R_{\mu 1} = \infty$

$$L_d = L_{1d} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_{2d} \quad R_d = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

### Risposta in frequenza del trasformatore

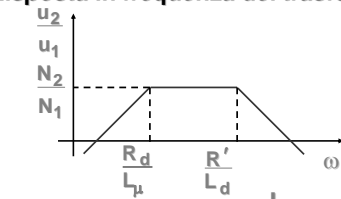


$$R' = R \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

Ipotesi:  $L_{\mu} \gg L_d$   $R_d \ll R'$

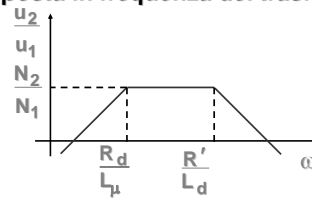
$$\text{Si trova: } \frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{s \cdot \frac{L_{\mu}}{R_d}}{\left(1 + s \cdot \frac{L_{\mu}}{R_d}\right) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{L_d}{R'}\right)}$$

### Risposta in frequenza del trasformatore



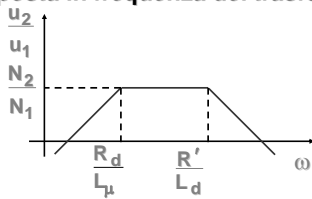
$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}}{\left(1 + s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}\right) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{L_d}{R'}\right)}$$

### Risposta in frequenza del trasformatore



- La banda passante del trasformatore é limitata inferiormente da  $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_d}{L_\mu}$  ( $f_{min}$ ) e superiormente da  $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R'}{L_d}$  ( $f_{max}$ )

### Risposta in frequenza del trasformatore



- $f_{min}$  é una caratteristica del trasformatore
- $f_{max}$  dipende dal carico (a vuoto  $f_{max} = \infty$ )
- A bassa frequenza il trasformatore si comporta come un corto circuito ( $R_{cc}=R_d$ )

### Conclusioni

- I trasformatori dimensionati per operare ad alta frequenza hanno ingombri contenuti
- Essi vanno realizzati con materiali magnetici opportuni (ferriti)
- Nel funzionamento ad alta frequenza le induttanze parassite (dispersione e magnetizzazione) causano effetti non trascurabili
- I trasformatori hanno limiti di banda passante, sia a frequenza bassa che elevata