L'Amplificatore Operazionale

Sommario

L'amplificatore Operazionale:

- Introduzione agli A.O.
- Caratteristiche degli A.O. ideali
- Amplificatore Invertente e NON Invertente
- Inseguitore
- Differenziale (Ampl. da strumentazione)
- Circuiti elementari a risposta dipendente dalla frequenza
- NON Idealità: qualche esempio
- Comparatori

Argomenti della lezione:

T02: Introduzione agli amplificatori operazionali. Caratteristiche degli amplificatori operazionali ideali. Amplificatore invertente, non invertente. Effetto del guadagno finito sulla configurazione non invertente

Introduzione

Gli A.O. rappresentano uno dei componenti più importanti nel mondo dell'elettronica (dal 1960 circa)

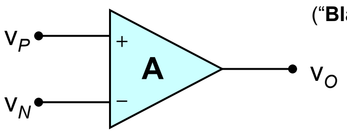
VERSATILITA'!

Sono particolarmente adatti a svolgere funzioni matematiche (moltiplicazioni, addizioni, sottrazioni, integrazioni, derivazioni ….) da cui il loro nome "Operazionali"

Ma possono fare molte altre funzioni (filtri, generatori, comparatori …)

Introduzione

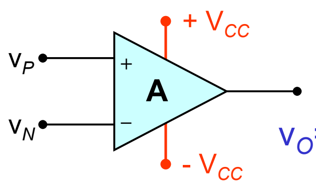
Approccio a "scatola chiusa" ("**Black Box**")



$$v_O=A(v_P-v_N)$$

v_P = tensione al morsetto **non invertente**
v_N = tensione al morsetto **invertente**
A = guadagno di tensione a circuito aperto
v_O = tensione di uscita

Introduzione



$$v_O=A(v_P-v_N)=Av_{id}$$

Tutte le tensioni sono misurate rispetto a massa, ma solo la differenza delle tensioni in ingresso determina l'uscita.

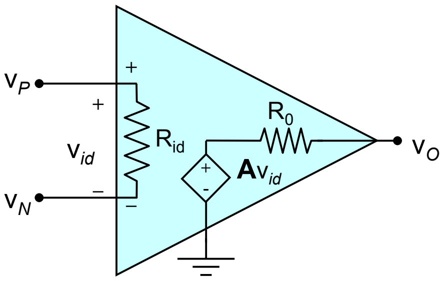
Amplificatore differenziale

$v_{id} = v_P - v_N$ = segnale differenziale di ingresso

Anche l'uscita è data rispetto a massa ("***SINGLE ENDED***")

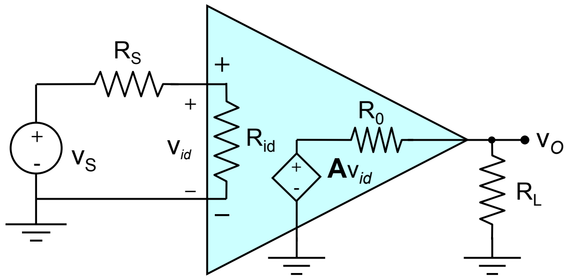
Normalmente le tensioni di alimentazione non vengono indicate …. ma ci sono e $-V_{CC} < v_O < +V_{CC}$

In generale: ……



R_{id} = Resistenza differenziale di ingresso
R_0 = Resistenza di uscita
$v_{id} = v_P - v_N$ = segnale differenziale di ingresso

Tipica applicazione



$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = A \cdot \frac{R_{id}}{R_{id} + R_S} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_0} < A$$

Differential Amplifier Model: With Source and Load (Example)

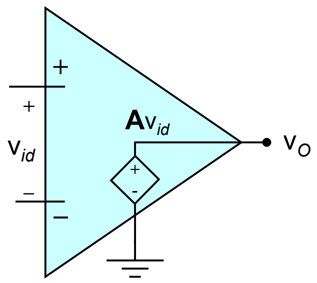
- **Problema**: Calcolare il guadagno in tensione:
- **Dati**: A=100, R_{id}=100kΩ, R_o = 100Ω, R_S=10kΩ, R_L=1000Ω
- **Analisi**:

$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{R_{id}}{R_{id}+R_S}\frac{R_L}{R_O+R_L}$$

$$=100\left(\frac{100\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega+100\text{k}\Omega}\right)\left(\frac{1000\Omega}{100\Omega+1000\Omega}\right)=82.6=38.3\text{dB}$$

A = **open-loop gain** (massimo guadagno in tensione disponibile)
Provare con R_{id} =10kΩ e R_{id} =1kΩ
Richiamare i dB!

AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE IDEALE



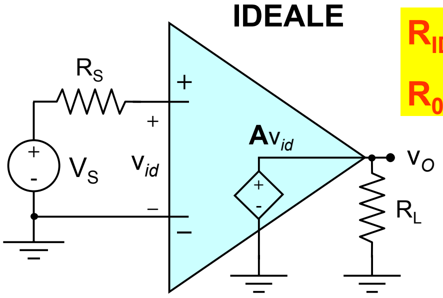
$R_{ID} = \infty$

$R_0 = 0\ \Omega$

AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE IDEALE

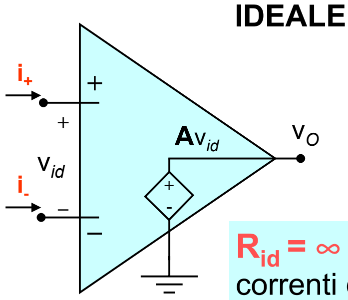
$R_{ID} = \infty$

$R_0 = 0\ \Omega$



$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = A \cdot \frac{R_{id}}{R_{id} + R_S} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_0} = A$$

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE



$R_{id} = \infty$

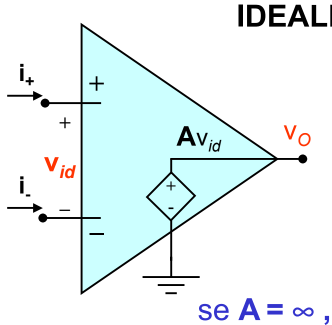
$R_0 = 0\ \Omega$

$A = \infty$

$R_{id} = \infty$ implica che le correnti di ingresso i_+ e i_- sono nulle!

Ci sono altre proprietà (vedi lista a pagina 313)

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE



Nel libro (ma non solo in questo) si trova scritto:

$$v_{id} = \frac{v_O}{A}$$

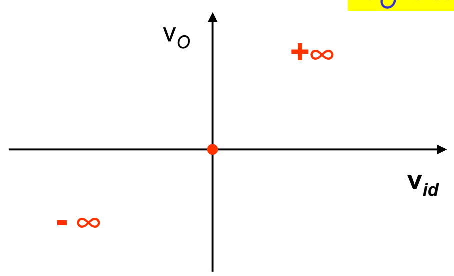
$$\lim_{A \to \infty} v_{id} = 0$$

se **A = ∞** , Allora $\mathbf{v_{id} = 0}$
per ogni valore finito di v_O

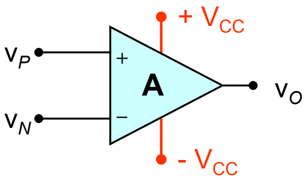
ATTENZIONE!!!

CARATTERISTICA DI UN AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE (A= ∞)

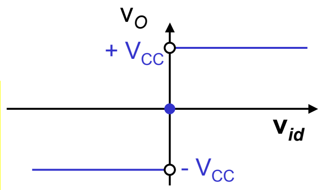
$v_O = Av_{id}$



CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE IDEALE

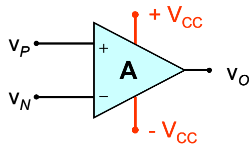


L'amp. Op. deve essere alimentato!

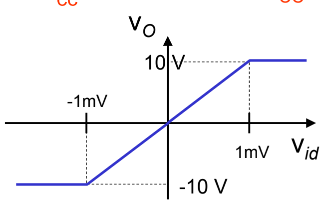


Adesso ogni valore di v_O e' finito!!!
Ma non è vero che v_{id} = 0 **sempre!!!**

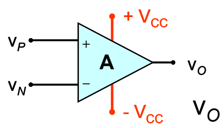
CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE "quasi" IDEALE



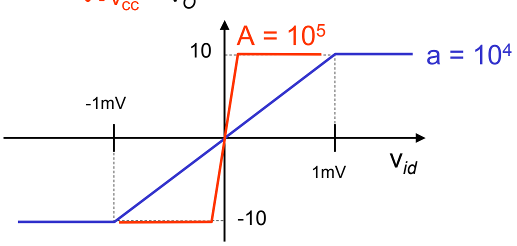
Consideriamo ora una A»1 (esempio a = 10^4) e sia V_{CC} = 10 V



CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE "quasi" IDEALE

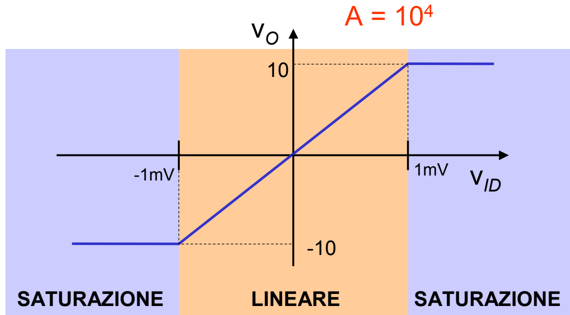


V_{CC} = 10 V

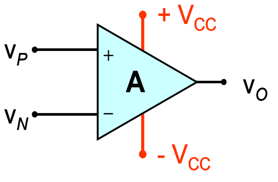


CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE "quasi" IDEALE

A = 10^4



Concetto di "corto circuito virtuale" ($v_{id} = 0$)



Posso riformulare il concetto nel seguente modo:
Se A » 1 e se l'A.O. opera in zona lineare allora $v_{id} \cong 0$

NOTA: e' corto circuito virtuale perche' $v_P \cong v_N$ ma non c'e' nessun collegamento tra i due terminali (non c'e' passaggio di corrente).

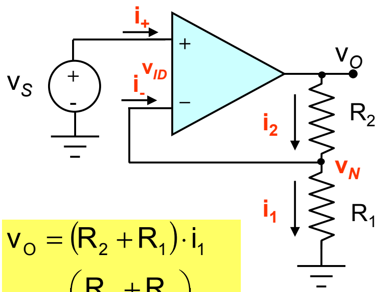
L'Amplificatore Operazionale

ANALISI
AMPLIFICATORI
OPERAZIONALI
CON RETROAZIONE
NEGATIVA

L'Amplificatore Operazionale

Configurazione NON INVERTENTE

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$$v_O = (R_2 + R_1) \cdot i_1$$

$$v_O = \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1}\right) \cdot v_S$$

$v_{id} = 0$

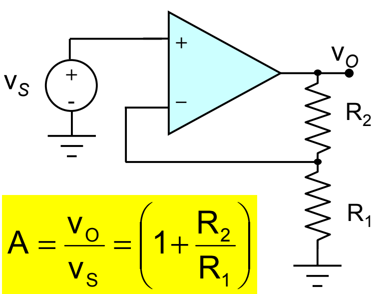
$v_N = v_S$

$i_+ = i_- = 0$ A

$i_2 = i_1$

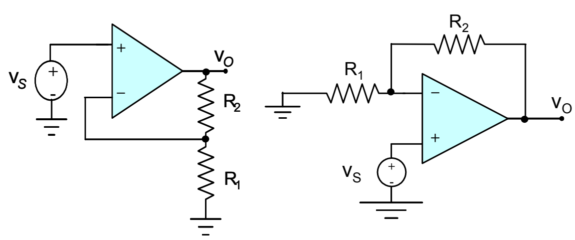
$$i_1 = \frac{v_N}{R_1} = \frac{v_S}{R_1}$$

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



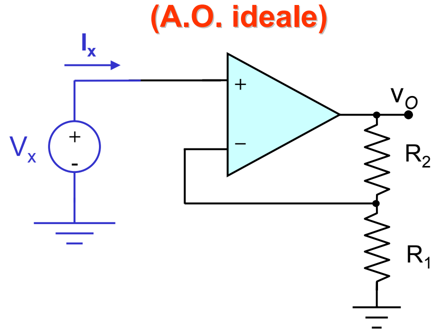
$$A = \frac{v_O}{v_S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Configurazione NON INVERTENTE



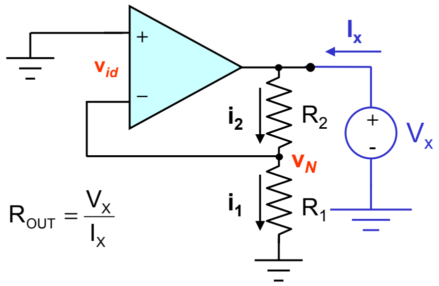
$$A = \frac{v_O}{v_S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

R_{IN} Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$R_{IN} = \frac{V_X}{I_X}$ ma $I_X = 0$ $\Rightarrow$ $R_{IN} = \infty$

R_{OUT} Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$R_{OUT} = \frac{V_X}{I_X}$

$v_{id} = 0$

$\Downarrow$

$v_N = 0$

$\Downarrow$

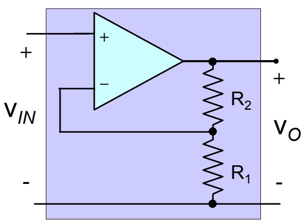
$i_1 = 0 = i_2$

$\Downarrow$

$V_X = 0 \; \forall I_X$

$R_{OUT} = 0\,\Omega$

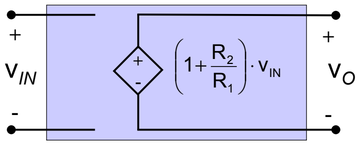
Configurazione NON INVERTENTE circuito equivalente (A.O. ideale)



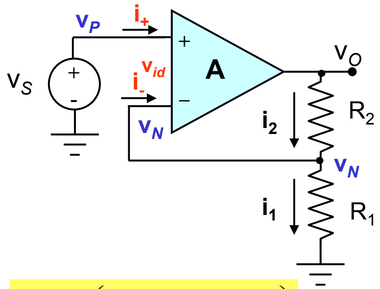
$$A_v = \frac{v_O}{v_{IN}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$R_{IN} = \infty$$

$$R_{OUT} = 0\,\Omega$$



Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito a < ∞)



$i_+ = i_- = 0$ A

$\Downarrow$

$i_2 = i_1$

$\Downarrow$

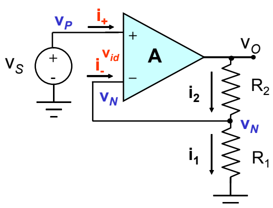
$$v_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_O$$

inoltre

$$v_O = A \cdot (v_P - v_N)$$

$$v_O = A\left(v_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_O\right)$$

Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito a < ∞)



$$v_O = A\left(v_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_O\right)$$

$$v_O = A v_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} A v_O$$

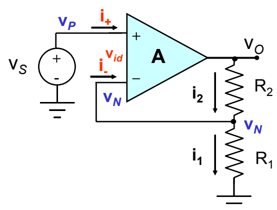
$$v_O = \frac{A v_S}{1 + \frac{a R_1}{R_2 + R_1}}$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1 + \frac{A R_1}{R_2 + R_1}} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Fattore di retroazione

Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito a < ∞)



$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

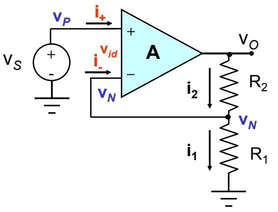
$$v_{id} = v_P - v_N$$

$\Downarrow$

$$v_{id} = v_S - \beta A v_{id}$$

$$v_{id} = \frac{v_S}{1 + A\beta}$$

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. Ideale)



$$\lim_{a\to\infty} v_{id} = \lim_{a\to\infty} \frac{v_S}{1+\frac{AR_1}{R_2+R_1}} = 0$$

$$\lim_{a\to\infty} \frac{v_O}{v_S} = \lim_{a\to\infty} \frac{A}{1+\frac{AR_1}{R_2+R_1}} = 1+\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{\beta}$$

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)

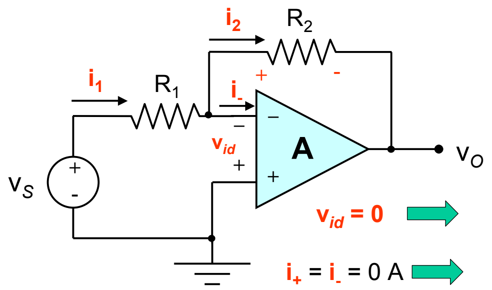
$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad R_{IN} = \infty \qquad R_{OUT} = 0\,\Omega$$

- Amplificatore di tensione ideale con guadagno “molto ripetibile”;
- La retroazione riduce il guadagno ma fa guadagnare in “ripetibilità”;
- Se **A** >> 1, il guadagno A_v di anello chiuso non dipende più da **A**.

L’Amplificatore Operazionale

Configurazione INVERTENTE

Configurazione invertente (A.O. ideale)

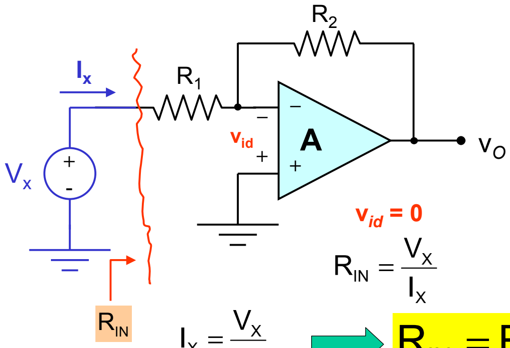


$v_{id} = 0$ ⟹ $i_1 = \frac{v_S}{R_1}$

$i_+ = i_- = 0$ A ⟹ $i_2 = i_1$

$$v_O = -R_2 I_2 = -\frac{R_2}{R_1} v_S \qquad A_v = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Resistenza di ingresso conf. invertente

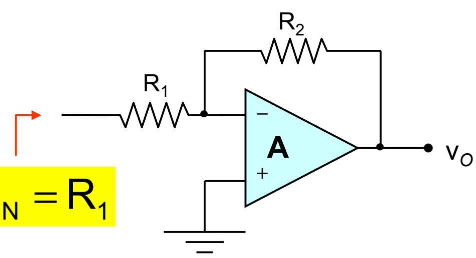


$v_{id} = 0$

$$R_{IN} = \frac{V_X}{I_X}$$

$$I_X = \frac{V_X}{R_1} \Rightarrow R_{IN} = R_1$$

Resistenza di ingresso conf. invertente



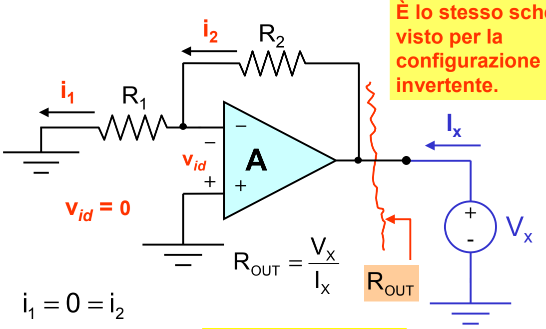
$$R_{IN} = R_1$$

Per avere R_{IN} elevata ⟹ R_1 elevata
Per avere A elevato ⟹ $R_2 >> R_1$

Configurazione Invertente Soffre di una bassa R_{IN}

Resistenza di uscita conf. invertente

È lo stesso schema visto per la configurazione non invertente.



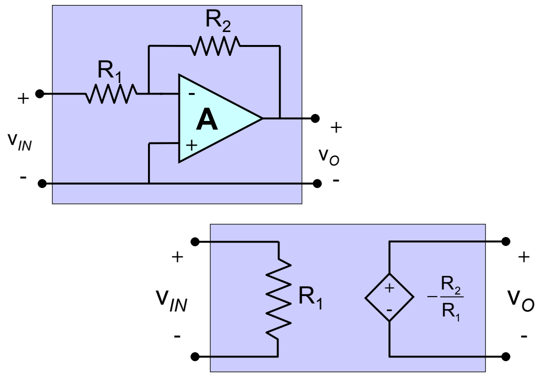
$$R_{OUT} = \frac{V_X}{I_X}$$

$$i_1 = 0 = i_2$$

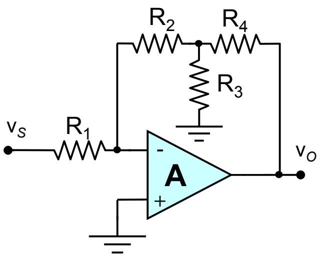
$$V_X = 0 \;\forall I_X$$

$$R_{OUT} = 0\,\Omega$$

Schema equivalente



Risolviamo il problema della bassa R_{IN}



$$A = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

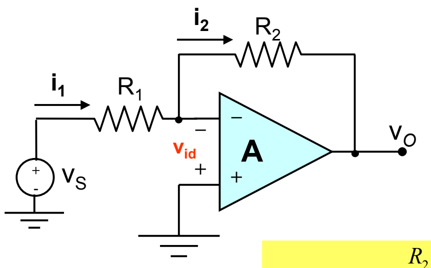
$$R_{IN} = R_1$$

$$R_{OUT} = 0\,\Omega$$

Per avere R_{IN} elevata metto R_1 elevata. Con una opportuna scelta di R_2, R_3 e R_4 si ottiene un guadagno |A| molto elevato.

Fare per esercizio

Guadagno di Anello aperto finito



$$v_{id} = \frac{v_O}{A}$$

$$i_1 = \frac{v_S - \left(-\frac{v_O}{A}\right)}{R_1};$$

$$v_O = -\frac{v_O}{A} - i_1 R_2$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{A}}$$

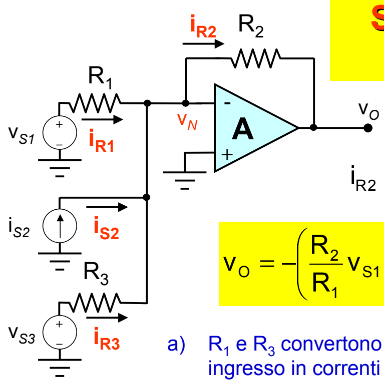
Fare per esercizio

Argomenti della lezione:

T03:
Sommatore, inseguitore, differenziale.
Amplificatore da strumentazione. (5.1.3-5).

Circuiti elementari a risposta dipendente dalla frequenza: passa-basso, passa-alto, derivatore, integratore. (5.2.1-3).

Sommatore Invertente



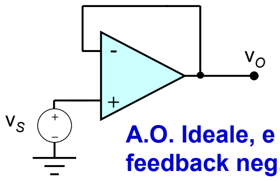
$$i_{R2} = \frac{v_{S1}}{R_1} + i_{S2} + \frac{v_{S3}}{R_3}$$

$$v_O = -\left(\frac{R_2}{R_1} v_{S1} + R_2 i_{S2} + \frac{R_2}{R_3} v_{S3}\right)$$

a) R_1 e R_3 convertono le tensioni di ingresso in correnti (i_{R1}, i_{R3})

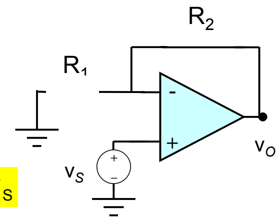
b) Le correnti entrano in un amplificatore di transresistenza ($v_O = -i_{R2} R_2$)

Inseguitore di tensione
(Buffer a guadagno unitario)



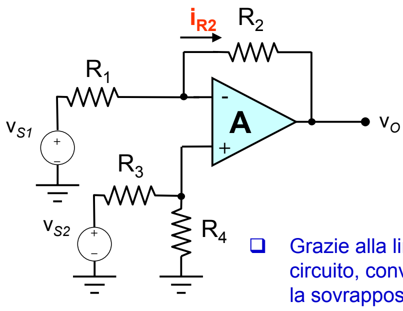
A.O. Ideale, e feedback neg.

➡ $v_{id} = 0$ $\quad v_O = v_S$



$$A_v = \frac{v_O}{v_{IN}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \begin{matrix} R_1 \to \infty \\ R_2 = 0 \end{matrix} \Rightarrow A_v = 1$$

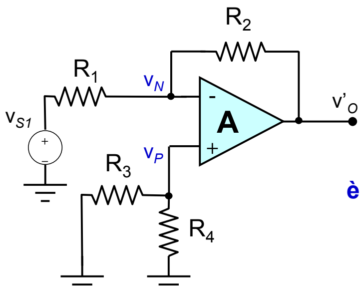
Amplificatore Differenziale



- Grazie alla linearità del circuito, conviene applicare la sovrapposizione degli effetti:

Amplificatore Differenziale

a) Applico v_{S1} e annullo v_{S2}; si ottiene:



$i_{R3}=i_{R4}=0$

⬇

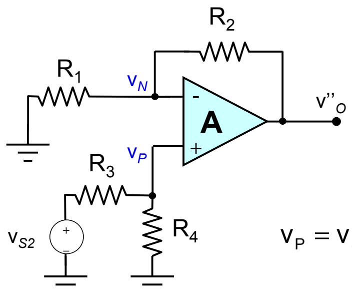
$v_P=0$

è la configurazione invertente!!

$$v'_O = -\frac{R_2}{R_1} v_{S1}$$

Amplificatore Differenziale

b) Applico v_{S2} e annullo v_{S1}; si ottiene:

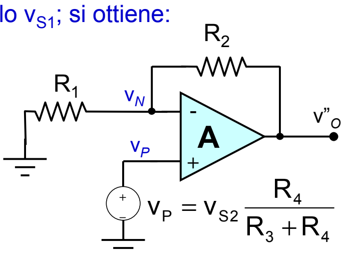


$$v_P = v_{S2} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Amplificatore Differenziale

b) Applico v_{S2} e annullo v_{S1}; si ottiene:

$$v''_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_P$$

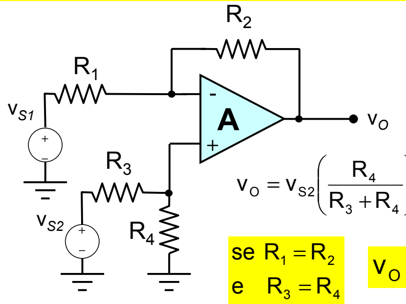


$$v_P = v_{S2} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

⬇

$$v''_O = v_{S2}\left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore Differenziale



$$v_O = v'_O + v''_O$$

$$v_O = v_{S2}\left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - v_{S1}\frac{R_2}{R_1}$$

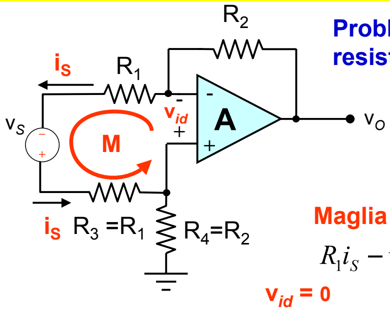
se $R_1 = R_2$
e $R_3 = R_4$

$$v_O = v_{S2} - v_{S1}$$

se $R_3 = R_1$
e $R_4 = R_2$

$$v_O = \frac{R_2}{R_1}(v_{S2} - v_{S1})$$

Amplificatore Differenziale



Problema della resistenza di ingresso

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} v_S$$

Maglia M:

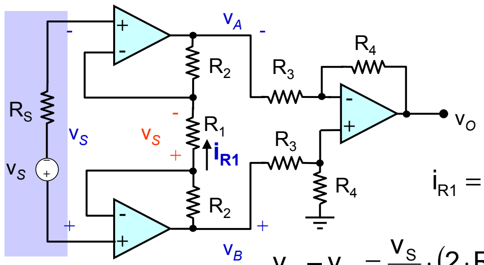
$$R_1 i_S - v_S + R_3 i_S + v_{id} = 0$$

$v_{id} = 0$

$$R_{id} = \frac{v_S}{i_S} = R_1 + R_3 = 2R_1$$

R_1 non può essere molto grande in quanto il guadagno ne verrebbe troppo penalizzato.

Amplificatore da strumentazione



$$i_{R1} = \frac{v_S}{R_1}$$

$$v_B - v_A = \frac{v_S}{R_1} \cdot (2 \cdot R_2 + R_1)$$

$$v_O = v_S \left(1 + \frac{2 \cdot R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3}$$

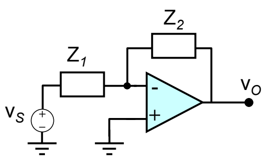
$$R_{id} = \frac{v_S}{i_S} = \infty$$

Funzioni di trasferimento

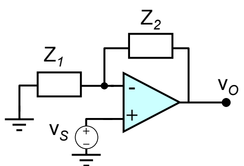
$$Z_R = R$$

$$Z_C = \frac{1}{sC} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_L = sL = j\omega L$$

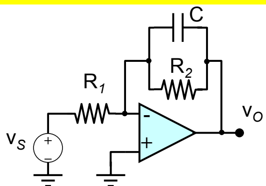


$$W(s) = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



$$W(s) = \frac{v_O}{v_S} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

Filtro Passa Basso



$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sCR_2}$$

$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2}$$

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0 \omega_H}{s + \omega_H} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

Funzione di trasferimento generica di un filtro passa basso.

A_0=Guadagno a bassa frequenza;
ω_H=Frequenza di taglio

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_2 C}$$

Filtro Passa Basso

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0 \omega_H}{s + \omega_H} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

Diagramma di Bode del Modulo

Sostituiamo s con jω e calcoliamo il modulo:

$$|W_{PB}(j\omega)| = \left| \frac{A_0 \omega_H}{j\omega + \omega_H} \right| = \frac{|A_0 \omega_H|}{\sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}}$$

Il diagramma di Bode è generalmente espresso in dB:

$$|W_{PB}(j\omega)|_{dB} = 20 \log |A_0 \omega_H| - 20 \log \sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}$$

Filtro Passa Basso

Usando un qualsiasi foglio elettronico o foglio matematico è possibile graficare le funzioni appena ottenute.

E' comunque molto utile (e immediato) disegnare il diagramma asintotico alle basse e alte frequenze):

$\omega << \omega_H$

$$\left. \frac{A_0 \omega_H}{\sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}} \right|_{\omega << \omega_H} \cong \frac{A_0 \omega_H}{\sqrt{\omega_H^2}} = A_0$$

$$(20 \log A_0) dB$$

$\omega >> \omega_H$

$$\left. \frac{A_0 \omega_H}{\sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}} \right|_{\omega >> \omega_H} \cong \frac{A_0 \omega_H}{\sqrt{\omega^2}} = \frac{A_0 \omega_H}{\omega}$$

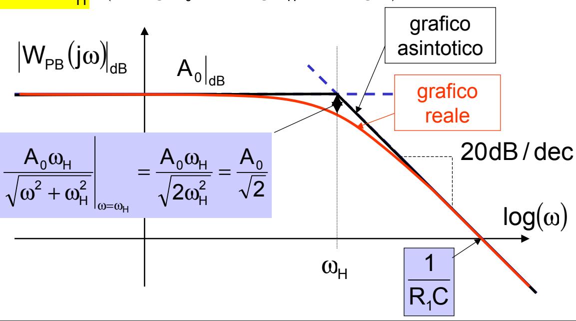
$$(20 \log A_0 + 20 \log \omega_H - 20 \log \omega) dB$$

$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}, \omega_H = \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow A_0 \omega_H = -\frac{1}{R_1 C}$ quindi quando $\omega = A_0 \omega_H = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow |W(j\omega)| = 1$

Filtro Passa Basso

$\omega << \omega_H$ $\quad (20\log A_0)dB = A_0|_{dB}$

$\omega >> \omega_H$ $\quad (20\log A_0 + 20\log\omega_H - 20\log\omega)dB$



$$\left.\frac{A_0\omega_H}{\sqrt{\omega^2+\omega_H^2}}\right|_{\omega=\omega_H} = \frac{A_0\omega_H}{\sqrt{2\omega_H^2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

Filtro Passa Basso

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0\omega_H}{s+\omega_H} = \frac{A_0}{1+\frac{s}{\omega_H}}$$

Diagramma di Bode della fase

Sostituiamo s con jω

$$\angle W_{PB}(j\omega) = \angle \frac{A_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_H}} = \angle A_0 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1} \qquad \omega_H = \frac{1}{R_2C}$$

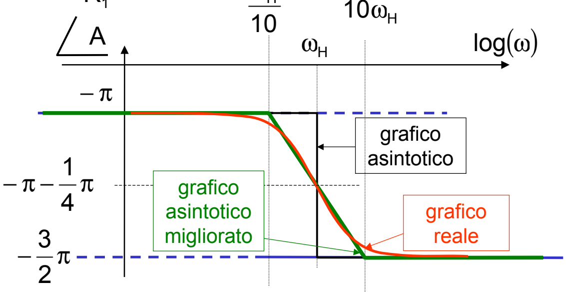
$\omega << \omega_H$ $\quad \angle W_{PB}(j\omega) = \angle A_0$

$\omega >> \omega_H$ $\quad \angle W_{PB}(j\omega) = \angle A_0 - \frac{\pi}{2}$

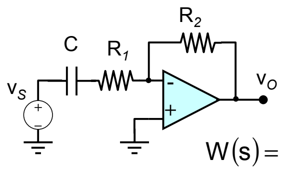
Filtro Passa Basso

$\omega << \omega_H$ $\quad \angle A_0$ $\qquad \omega >> \omega_H$ $\quad \angle A_0 - \frac{\pi}{2}$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$



Filtro Passa ALTO



$$Z_1 = \frac{1}{sC} + R_1 = \frac{1+sCR_1}{sC}$$

$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{sR_2C}{1+sR_1C} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}s}{s+\frac{1}{R_1C}}$$

$$W_{PA}(s) = \frac{A_\infty s}{s+\omega_L}$$

Funzione di trasferimento generica di un filtro passa alto.

$$A_\infty = -\frac{R_2}{R_1} \qquad \omega_L = \frac{1}{R_1C}$$

A_∞=Guadagno ad alta frequenza;
ω_L=Frequenza di taglio

Filtro Passa ALTO

$$W_{PA}(s) = \frac{A_\infty s}{s+\omega_L}$$

Diagramma di Bode del Modulo

$$|W_{PA}(j\omega)| = \left|\frac{A_\infty j\omega}{j\omega+\omega_L}\right| = \frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_L^2}}$$

$\omega << \omega_L$ $$\left.\frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_L^2}}\right|_{\omega<<\omega_L} \cong \frac{A_\infty\omega}{\omega_L}$$

$$20\log A_\infty - 20\log\omega_L + 20\log\omega$$

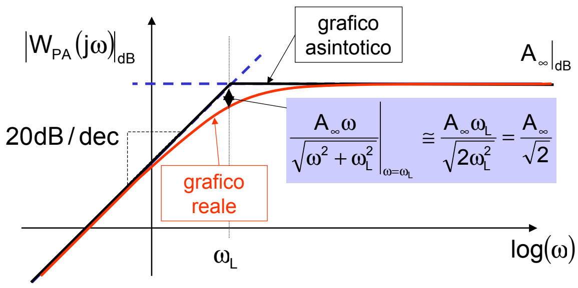
$\omega >> \omega_L$ $$\left.\frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_L^2}}\right|_{\omega>>\omega_L} \cong \frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2}} = A_\infty$$

$$20\log A_\infty$$

Filtro Passa ALTO

$\omega >> \omega_L$ $\quad (20\log A_\infty)dB = A_\infty|_{dB}$

$\omega << \omega_L$ $\quad (20\log A_\infty - 20\log\omega_L + 20\log\omega)dB$



$$\left.\frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_L^2}}\right|_{\omega=\omega_L} \cong \frac{A_\infty\omega_L}{\sqrt{2\omega_L^2}} = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}}$$

Filtro Passa ALTO

$$W_{PA}(s)=\frac{A_\infty s}{s+\omega_L}$$

Diagramma di Bode della fase

$$\angle W_{PA}(j\omega)=\angle\frac{j\omega A_\infty}{j\omega+\omega_L}=\angle A_\infty+\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)$$

$\omega \ll \omega_L$ $\quad \angle W_{PA}(j\omega)=\angle A_\infty+\frac{\pi}{2}$

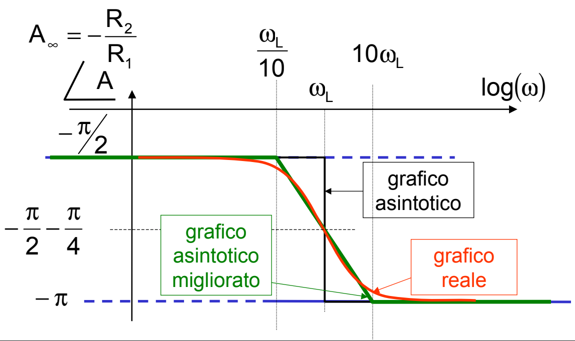
$\omega \gg \omega_L$ $\quad \angle W_{PA}(j\omega)=\angle A_\infty+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$

$$A_\infty=-\frac{R_2}{R_1} \qquad \omega_L=\frac{1}{R_1C}$$

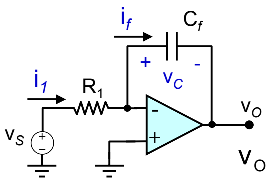
Filtro Passa ALTO

$\omega \ll \omega_L$ $\quad \angle A_\infty+\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ $\omega \gg \omega_L$ $\quad \angle A_\infty-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$

$$A_\infty=-\frac{R_2}{R_1}$$



Integratore



$$i_1=i_f=\frac{v_S}{R_1}$$

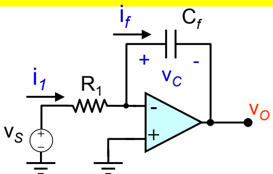
$$v_O(t)=-\frac{1}{C_f}\int_0^t\frac{v_S(\tau)}{R_1}d\tau-v_C(0)$$

Se $v_C(0)=0$ otteniamo:

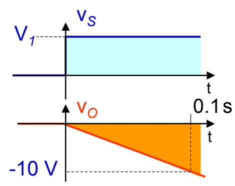
$$v_O(t)=-\frac{1}{R_1C_f}\int_0^t v_S(\tau)d\tau$$

$$W(s)=-\frac{Z_f}{Z_{in}}=-\frac{\frac{1}{sC_f}}{R_1}=-\frac{1}{sR_1C_f}$$

Integratore



$$v_O(t)=-\frac{1}{R_1C_f}\int_0^t v_S(\tau)d\tau$$



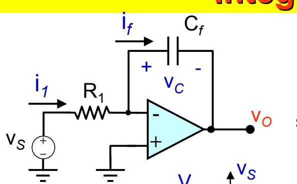
$$v_S(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ V_1 & t\ge 0\end{cases}$$

$$v_O(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ -\frac{V_1}{R_1C_f}t & t\ge 0\end{cases}$$

se: $R_1=10k\Omega, C_f=1\mu F, V_1=1V$

$$v_O(0.1s)=-\frac{1V}{10^4\Omega 10^{-6}F}0.1s=-10V$$

Integratore

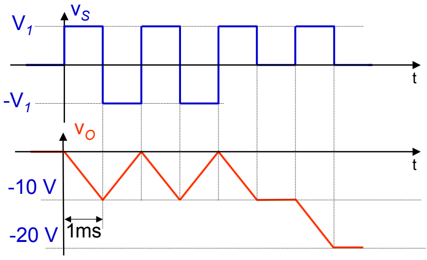


$$v_O(t)=-\frac{1}{R_1C_f}\int_0^t v_S(\tau)d\tau$$

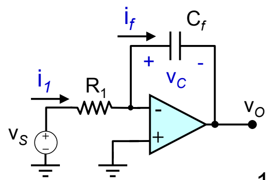
se: $R_1=10k\Omega, C_f=10nF, V_1=1V$

$$R_1C_f = 10k\Omega\cdot 10nF = 0.1ms$$

$$v_O(1ms) = -\frac{1V}{0.1ms}1ms = -10V$$



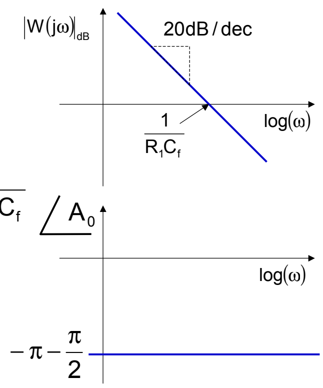
Integratore



$$W(s)=-\frac{1}{sR_1C_f}$$

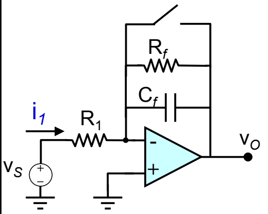
$$|W(j\omega)|=\left|\frac{1}{j\omega R_1C_f}\right|=\frac{\omega_f}{\omega}$$

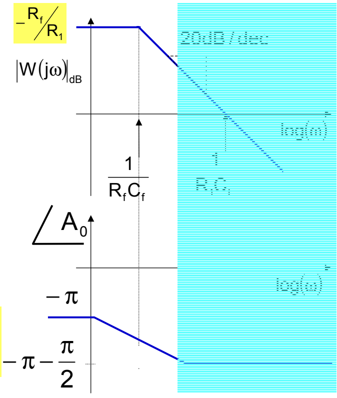
$$\angle W(j\omega)=-\pi-\frac{\pi}{2}$$



Integratore

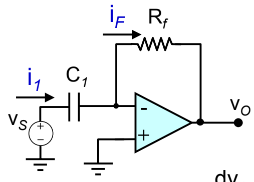
- Problema della DC
- Problema delle correnti di perdita e della tensione di offset





$$W(s) = -\frac{R_f}{R_1}\cdot\frac{1}{1+sC_fR_f}$$

Derivatore (ideale)

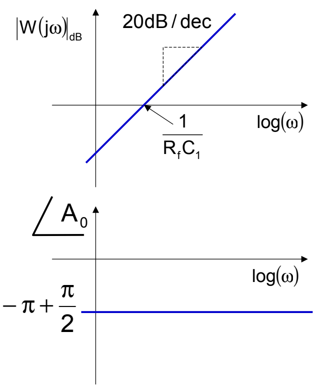


$$i_1(t) = C_1\frac{dv_S}{dt}$$

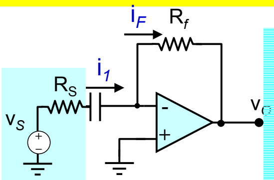
$$v_O(t) = -i_C(t)\cdot R_f$$

$$= -R_fC_1\cdot\frac{dv_S}{dt}$$

$$W(s) = -sR_fC_1$$

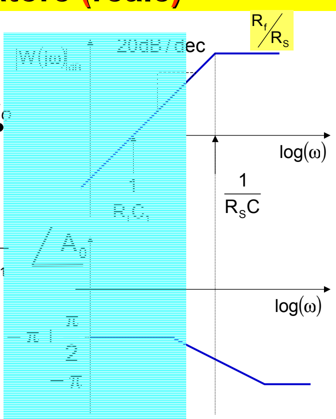


Derivatore (reale)



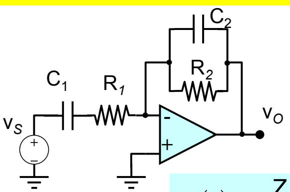
$$W(s) = -\frac{R_f}{R_S+\frac{1}{sC_1}} = -\frac{sR_fC_1}{1+sR_SC_1}$$

$$W(s) = -\frac{R_f}{R_S}\frac{s}{\frac{1}{R_SC_1}+s}$$



Calcolo di funzioni di trasferimento e diagrammi di Bode di funzioni in s W(s) generiche

Filtro Passa BANDA



$$Z_1 = \frac{1+sC_1R_1}{sC_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1+sC_2R_2}$$

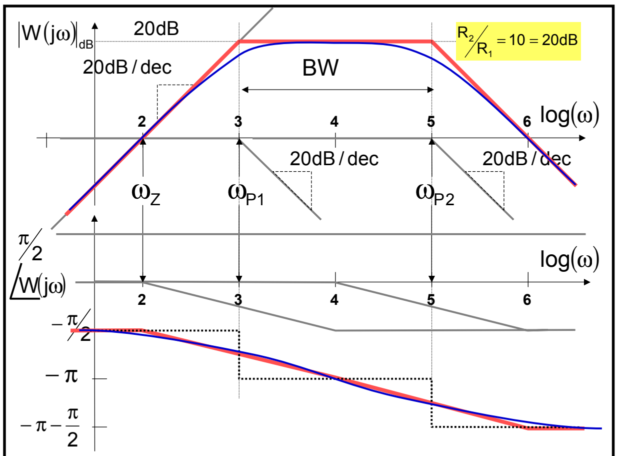
$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sC_1R_1)(1+sC_2R_2)}$$

$R_1 = 1k\Omega$
$R_2 = 10k\Omega$
$C_1 = 1\mu F$
$C_2 = 1nF$

$$\omega_Z = \frac{1}{R_2C_1} = 100 \quad [rad/sec]$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1R_1} = 1000 \quad [rad/sec]$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2R_2} = 100000 \quad [rad/sec]$$



Filtro Passa BANDA

$$W(s) = -\frac{sR_2C_1}{(1+sC_1R_1)(1+sC_2R_2)} \qquad W(s) = -\frac{s/\omega_Z}{\left(1+s/\omega_{P1}\right)\left(1+s/\omega_{P2}\right)}$$

Posso riscrivere come:

$$W(s) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{s}{\left(s+\frac{1}{C_1R_1}\right)}\frac{1}{(sC_2R_2+1)} \qquad W(s) = A_0\frac{s}{(s+\omega_{P1})}\frac{1}{\left(s/\omega_{P2}+1\right)}$$

Metto in evidenza il guadagno a centro banda.

Regola Generale:

Se individuo poli e zeri a bassa frequenza (prima del centro banda) e li scrivo nella forma (s+ω), avrò una formula che ha come coefficiente (non dipendente da s) il guadagno a centro banda.

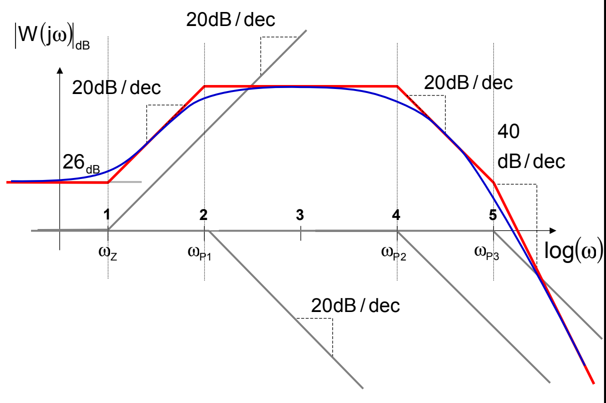
W(s) Generica

$$W(s) = 20\frac{\left(1+s/\omega_{Z1}\right)}{\left(1+s/\omega_{P1}\right)\left(1+s/\omega_{P2}\right)\left(1+s/\omega_{P3}\right)}$$

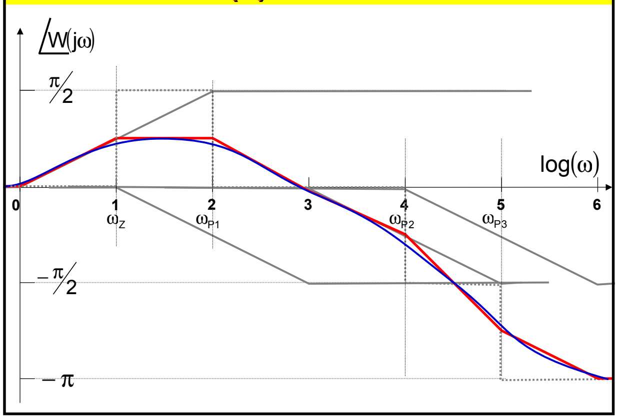
$$\omega_Z = 10 \left[rad/sec\right]$$
$$\omega_{P1} = 10^2 \left[rad/sec\right]$$
$$\omega_{P2} = 10^4 \left[rad/sec\right]$$
$$\omega_{P3} = 10^5 \left[rad/sec\right]$$

$$W_{DC} = W(0) = 20 \Rightarrow (20\log_{10}20)_{dB} = 26_{dB}$$

W(s) Generica



W(s) Generica



W(s) Generica

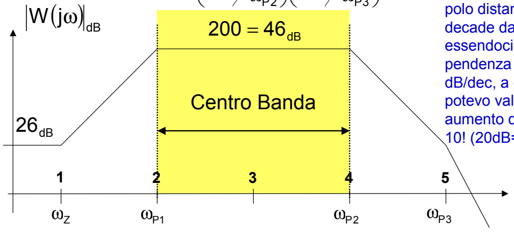
$\omega_Z = 10 \left[rad/sec\right]$

$\omega_{P1} = 10^2 \left[rad/sec\right]$

$$W(s) = 20\frac{\omega_{P1}}{\omega_{Z1}}\frac{(\omega_{Z1}+s)}{(\omega_{P1}+s)\left(1+s/\omega_{P2}\right)\left(1+s/\omega_{P3}\right)}$$

Polo e zero a bassa freq.

$$W(s) = 200\frac{(\omega_{Z1}+s)}{(\omega_{P1}+s)\left(1+s/\omega_{P2}\right)\left(1+s/\omega_{P3}\right)}$$

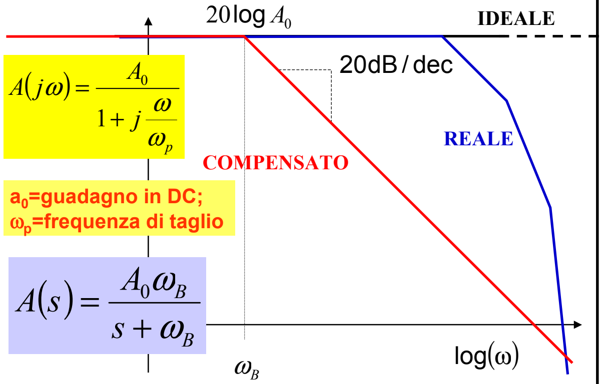


Anche dal grafico si vedeva che a centro banda ci sarebbe stato un guadagno di 200. Infatti, essendo il polo distanziato di una decade dallo zero, ed essendoci una pendenza di 20 dB/dec, a cento banda potevo valutare un aumento di un fattore 10! (20dB=10)

Argomenti della lezione:

Esempio di non idealità degli amplificatori operazionali reali: effetto della larghezza di banda limitata sulla configurazione non invertente (5.4.1).

Banda limitata dell'A.O.

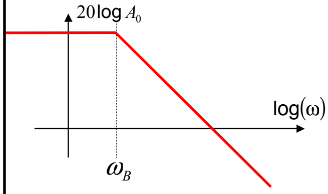


$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$

a_0=guadagno in DC;
ω_p=frequenza di taglio

$$A(s) = \frac{A_0 \omega_B}{s + \omega_B}$$

Banda limitata dell'A.O.



$$A(j\omega) = \frac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}$$

$$\left|A(j\omega)\right| = \frac{A_0 \omega_B}{\sqrt{\omega_B^2 + \omega^2}}$$

$\omega << \omega_B$

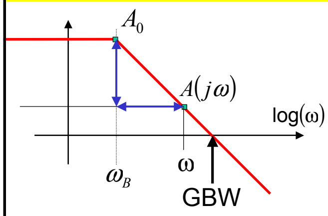
$$\left|A(j\omega)\right| \cong A_0$$

$\omega >> \omega_B$

$$\left|A(j\omega)\right| \cong \frac{A_0 \omega_B}{\omega} = \frac{\omega_T}{\omega}$$

$\omega_T = A_0 \omega_B = GBW$ Prodotto guadagno per larghezza di banda

Banda limitata dell'A.O.



$$A(j\omega) = \frac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}$$

$\omega >> \omega_B$

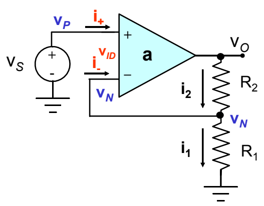
$$\left|A(j\omega)\right| \cong \frac{A_0 \omega_B}{\omega} = \frac{\omega_T}{\omega}$$

$$\omega\left|A(j\omega)\right| \cong \omega_T = GBW = \text{costante}$$

Queste considerazioni hanno senso solo se si sta analizzando una funzione di trasferimento a singolo o a polo dominante

Tutto questo vale ad "anello aperto".
Cosa succede ad anello chiuso?

Banda limitata dell'A.O.



$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1 + \dfrac{AR_1}{R_2 + R_1}} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

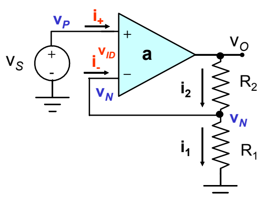
$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Sostituisco A con A(jω):

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_B}} = \frac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}}{1 + \beta \dfrac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}}$$

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente



$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}}{1 + \beta \dfrac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega}}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{A_0 \omega_B}{\omega_B + j\omega + \beta A_0 \omega_B}$$

$$A_v(i\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A_0 \omega_B}{j\omega + \omega_B (1 + A_0 \beta)}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0}{(1 + A_0 \beta)}}{\dfrac{j\omega}{(1 + A_0 \beta)\omega_B} + 1}$$

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente

$$A_v(j\omega) = \frac{\dfrac{A_0}{(1 + A_0 \beta)}}{\dfrac{j\omega}{(1 + A_0 \beta)\omega_B} + 1}$$

$A_v(0) = \dfrac{A_0}{(1 + A_0 \beta)}$ Guadagno DC ad anello chiuso

$\omega_H = \omega_B (1 + A_0 \beta)$ Frequenza del polo con ad anello chiuso

$$A_v(j\omega) = \frac{A_v(0)}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_H}} \qquad A_v(s) = \frac{A_v(0)}{\dfrac{s}{\omega_H} + 1}$$

E' ancora una f.d.T. a singolo polo.

Noto che il guadagno è stato ridotto di un fattore ($1+\beta A_0$) mentre la frequenza del polo è stata aumentata di un ugual fattore ($1+\beta A_0$).
Quindi il GBW è rimasto costante!

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente

$$A_v(j\omega) = \frac{A_v(0)}{1 + j\frac{\omega}{\omega_H}}$$

$$A_v(0) = \frac{A_0}{(1 + A_0\beta)}$$

$$\omega_H = \omega_B(1 + A_0\beta)$$

noto A_0 e ω_B è possibile determinare la banda ad anello chiuso fissato il guadagno e viceversa.