

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 23.01.2017

TEMA 1

Esercizio 1 [6 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 3}^2 \frac{e^x}{e^{2x} - 4} dx$$

Esercizio 2 [6 punti] Risolvere la disequazione

$$|2z^2 - 2\bar{z}^2| < 3$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 3 [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(\cos \frac{1}{n} - 1 + \sin \frac{1}{2n^\alpha} \right)$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 4 [8 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) := \arcsin \frac{|x| - 4}{x^2 + 2}.$$

- i) Determinare il dominio D di f , le sue eventuali simmetrie e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D ;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
- iii) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x |\arctan(x-1)|}{|1-x^2|^\alpha (\sinh \sqrt{x})^\beta} dx$$

al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Esercizio facoltativo. Sia I un intervallo chiuso e limitato e sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e tale che $f(x) \in I$ per ogni $x \in I$. Dimostrare che esiste almeno un $x \in I$ tale che $f(x) = x$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 23.01.2017

TEMA 2

Esercizio 1 [6 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 5} dx$$

Esercizio 2 [6 punti] Risolvere la disequazione

$$|4\bar{z}^2 - 4z^2| < 5$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 3 [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 (2 - e^{1/2n^\alpha} - \cos(1/n))$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 4 [8 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) := \arcsin \frac{4 - |x|}{1 + 2x^2}.$$

- i) Determinare il dominio D di f , le sue eventuali simmetrie e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D ;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
- iii) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\arctan(x-2)| \arctan x}{|x^2 - 4|^\alpha (\sinh \sqrt[3]{x})^\beta} dx$$

al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Esercizio facoltativo. Sia I un intervallo chiuso e limitato e sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e tale che $f(x) \in I$ per ogni $x \in I$. Dimostrare che esiste almeno un $x \in I$ tale che $f(x) = x$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 23.01.2017

TEMA 3

Esercizio 1 [6 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 4}^3 \frac{e^x}{e^{2x} - 9} dx$$

Esercizio 2 [6 punti] Risolvere la disequazione

$$|3z^2 - 3\bar{z}^2| < 2$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 3 [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 (\cosh(1/n^\alpha) + \cos(1/n) - 2)$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 4 [8 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) := \arcsin \frac{|x| - 4}{2x^2 + 3}.$$

- i) Determinare il dominio D di f , le sue eventuali simmetrie e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D ;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
- iii) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\arctan(3-x)| \arctan x}{|9-x^2|^\alpha (\cosh \sqrt{x} - 1)^\beta} dx$$

al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Esercizio facoltativo. Sia I un intervallo chiuso e limitato e sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e tale che $f(x) \in I$ per ogni $x \in I$. Dimostrare che esiste almeno un $x \in I$ tale che $f(x) = x$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 23.01.2017

TEMA 4

Esercizio 1 [6 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} - 4e^x + 5} dx$$

Esercizio 2 [6 punti] Risolvere la disequazione

$$|9\bar{z}^2 - 9z^2| < 2$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 3 [6 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 (e^{1/n^2} - \tan 1/n^\alpha - 1)$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 4 [8 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) := \arcsin \frac{4 - 4|x|}{5x^2 + 3}.$$

- i) Determinare il dominio D di f , le sue eventuali simmetrie e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D ;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
- iii) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x |\arctan(1 - 2x)|}{|1 - 4x^2|^\alpha (\cosh x - 1)^\beta} dx$$

al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Esercizio facoltativo. Sia I un intervallo chiuso e limitato e sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e tale che $f(x) \in I$ per ogni $x \in I$. Dimostrare che esiste almeno un $x \in I$ tale che $f(x) = x$.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.