

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 11.02.2019

TEMA 1

Esercizio 1 [6 punti] Sia

$$f(x) = |(x+3) \log(x+3)|, \quad x \in D =]-3, +\infty[.$$

- (i) Determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; studiarne la prolungabilità per continuità in $x = -3$;
(ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto ed abbozzarne il grafico.

Esercizio 2 [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n^2) \sin n}{n^4}$$

Esercizio 3 [4 punti] Risolvere la disequazione

$$\frac{1}{2} \leq \frac{(\operatorname{Re}(\bar{z} + i) - 1)^2}{4} + \frac{(\operatorname{Im}(\bar{z} + i) - 1)^2}{4} \leq 1$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

Esercizio 4 [5 punti] Calcolare

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{2x}} dx.$$

Esercizio 5 [3+3 punti] Sia

$$f_{\alpha}(x) = \frac{e^{-\sqrt{2x}} - 1}{x^{\alpha-1}}.$$

(a) Si studi la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

(b) Per $\alpha = 2$, sia $F(x) = \int_1^{\cos x} f_{\alpha}(t) dt$: si calcoli $F'(\pi/3)$.

Esercizio 6 [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(\alpha x) - \cosh(e^{2x} - 1)}{x^3}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio facoltativo Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_x^{x+e^{-x}} e^t \arctan t dt.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto si trova scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 11.02.2019

TEMA 2

Esercizio 1 [6 punti] Sia

$$f(x) = |(x+2) \log(x+2)|, \quad x \in D =]-2, +\infty[.$$

- (i) Determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; studiarne la prolungabilità per continuità in $x = -2$;
(ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto ed abbozzarne il grafico.

Esercizio 2 [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 \sin n}{1-n^5}$$

Esercizio 3 [4 punti] Risolvere la disequazione

$$\frac{1}{3} \leq \frac{(\operatorname{Re}(\bar{z} + 2i) - 1)^2}{9} + \frac{(\operatorname{Im}(\bar{z} + 2i) - 1)^2}{9} \leq 1$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

Esercizio 4 [5 punti] Calcolare

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{3x}} dx.$$

Esercizio 5 [3+3 punti] Sia

$$f_{\alpha}(x) = \frac{e^{-\sqrt{3x}} - 1}{x^{2\alpha+1}}.$$

(a) Si studi la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

(b) Per $\alpha = 0$, sia $F(x) = \int_1^{\sin x} f_{\alpha}(t) dt$: si calcoli $F'(\pi/6)$.

Esercizio 6 [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\alpha x) - \cos \log(1+5x)}{x^3}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio facoltativo Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_x^{x+e^{-x}} e^t \arctan t dt.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto si trova scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 11.02.2019

TEMA 3

Esercizio 1 [6 punti] Sia

$$f(x) = |(x+1) \log(x+1)|, \quad x \in D =]-1, +\infty[.$$

- (i) Determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; studiarne la prolungabilità per continuità in $x = -1$;
(ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto ed abbozzarne il grafico.

Esercizio 2 [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 \sin(n^2)}{1 - n^5}$$

Esercizio 3 [4 punti] Risolvere la disequazione

$$\frac{1}{2} \leq \frac{(\operatorname{Re}(\bar{z} - i) - 1)^2}{9} + \frac{(\operatorname{Im}(\bar{z} - i) - 1)^2}{9} \leq 1$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

Esercizio 4 [5 punti] Calcolare

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x/2}} dx.$$

Esercizio 5 [3+3 punti] Sia

$$f_{\alpha}(x) = \frac{e^{-\sqrt{x/2}} - 1}{x^{\alpha-3}}.$$

- (a) Si studi la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (b) Per $\alpha = 4$, sia $F(x) = \int_1^{\sinh x} f_{\alpha}(t) dt$: si calcoli $F'(\log 3)$.

Esercizio 6 [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\alpha x) - \cos \log(1 + 2x)}{x^3}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio facoltativo Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_x^{x+e^{-x}} e^t \arctan t dt.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto si trova scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 11.02.2019

TEMA 4

Esercizio 1 [6 punti] Sia

$$f(x) = |(x+4) \log(x+4)|, \quad x \in D =]-4, +\infty[.$$

- (i) Determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti; studiarne la prolungabilità per continuità in $x = -4$;
(ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto ed abbozzarne il grafico.

Esercizio 2 [4 punti] Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-n^2) \sin(n^2)}{n^5}$$

Esercizio 3 [4 punti] Risolvere la disequazione

$$\frac{1}{3} \leq \frac{(\operatorname{Re}(\bar{z} - 2i) - 1)^2}{4} + \frac{(\operatorname{Im}(\bar{z} - 2i) - 1)^2}{4} \leq 1$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

Esercizio 4 [5 punti] Calcolare

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x/3}} dx.$$

Esercizio 5 [3+3 punti] Sia

$$f_{\alpha}(x) = \frac{e^{-\sqrt{x/3}} - 1}{x^{2\alpha-1}}.$$

(a) Si studi la convergenza dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} f_{\alpha}(x) dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

(b) Per $\alpha = 1$, sia $F(x) = \int_1^{\arctan x} f_{\alpha}(t) dt$: si calcoli $F'(\sqrt{3})$.

Esercizio 6 [7 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(\alpha x) - \cosh(1 - e^{3x})}{x^3}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio facoltativo Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_x^{x+e^{-x}} e^t \arctan t dt.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto si trova scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.