

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**Area dell'Ingegneria dell'Informazione**  
**Appello del 8.07.2019**

**TEMA 1**

**Esercizio 1 [6 punti]** Sia

$$f(x) = e^{\frac{2}{|2+\log x|}}.$$

- a) Determinare il dominio  $D$  di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$  e studiare la prolungabilità per continuità di  $f$  in  $x = 0$ ;
- b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di  $f$ ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- c) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [4 punti]** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{1 - 2\sqrt{n}}.$$

**Esercizio 3 [4 punti]** Risolvere l'equazione

$$\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{(\operatorname{Im} z)^2}{|iz^2|}$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

**Esercizio 4 [5+3+4 punti]** a) Si calcoli una primitiva della funzione

$$e^x \log(1 + 2e^x).$$

Per  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si definisca poi  $f_\alpha(x) = e^{\alpha x} \log(1 + 2e^x)$ :

b) si studi la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;

c) si calcoli lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di centro  $x_0 = 1$  della funzione

$$F(x) = \int_1^x f_0(t) dt.$$

**Esercizio 5 [6 punti]** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \left( \sqrt[8]{x^2 - 2} - \sqrt[4]{x + 1} \right)$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ .

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto eventualmente i docenti hanno scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**Area dell'Ingegneria dell'Informazione**  
**Appello del 8.07.2019**

**TEMA 2**

**Esercizio 1 [6 punti]** Sia

$$f(x) = e^{\frac{1}{|3+\log x|}}.$$

- a) Determinare il dominio  $D$  di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$  e studiare la prolungabilità per continuità di  $f$  in  $x = 0$ ;
- b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di  $f$ ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- c) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [4 punti]** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \sqrt{n}) \sinh \frac{1}{n^2}.$$

**Esercizio 3 [4 punti]** Risolvere l'equazione

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{(\operatorname{Re} z)^2}{|iz^2|}$$

e disegnare le soluzioni sul piano complesso.

**Esercizio 4 [5+3+4 punti]** a) Si calcoli una primitiva della funzione

$$e^x \log(1 + 3e^x).$$

Per  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si definisca poi  $f_\alpha(x) = e^{\alpha x} \log(1 + 3e^x)$ :

b) si studi la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;

c) si calcoli lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di centro  $x_0 = 2$  della funzione

$$F(x) = \int_2^x f_0(t) dt.$$

**Esercizio 5 [6 punti]** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \left( \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[6]{x^2-1} \right)$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ .

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto eventualmente i docenti hanno scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.