

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**Area dell'Ingegneria dell'Informazione**  
**Appello del 17.09.2019**

**TEMA 1**

**Esercizio 1 [7 punti]** Sia

$$f(x) = \log |e^{3x} - 2|.$$

- a) Determinare il dominio  $D$  e studiare il segno di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$  e determinarne gli eventuali asintoti;
- b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di  $f$ ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- c) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [5 punti]** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x-2x^2} - 1 - x}{\sinh x^2 + x^{7/3} \log x}.$$

**Esercizio 3 [4 punti]** Risolvere la disequazione

$$\operatorname{Re} z \leq \operatorname{Re} \left( \frac{3}{z} \right)$$

e disegnarne le soluzioni sul piano complesso.

**Esercizio 4 [6+3 punti]** a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left( \tan \frac{x}{2} \right)^3 dx \quad (\text{sugg.: eseguire la sostituzione } \tan \frac{x}{2} = u).$$

b) studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan x}{x^{\alpha+2}} dx$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 5 [4+3 punti]** (i) Si dimostri che la successione

$$a_n = \log(n+1) - \log \sqrt{n^2 + \alpha n + 4}$$

è infinitesima per  $n \rightarrow \infty$  (per ogni  $\alpha$ ) e per  $\alpha = 2$  se ne calcoli l'ordine;  
(ii) si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} a_n$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto eventualmente i docenti hanno scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**Area dell'Ingegneria dell'Informazione**  
**Appello del 17.09.2019**

**TEMA 2**

**Esercizio 1 [7 punti]** Sia

$$f(x) = \log |e^{2x} - 3|.$$

- a) Determinare il dominio  $D$  e studiare il segno di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$  e determinarne gli eventuali asintoti;  
b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di  $f$ ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;  
c) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [5 punti]** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x-3x^2} - 1 - x}{\sin x^2 + x^{5/2} \log x}.$$

**Esercizio 3 [4 punti]** Risolvere la disequazione

$$\operatorname{Re} z \leq \operatorname{Re} \left( \frac{4}{z} \right)$$

e disegnarne le soluzioni sul piano complesso.

**Esercizio 4 [6+3 punti]** a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int (\tan 2x)^3 dx \quad (\text{sugg.: eseguire la sostituzione } \tan 2x = u).$$

b) studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan x}{x^{2\alpha-1}} dx$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 5 [4+3 punti]** (i) Si dimostri che la successione

$$a_n = \log(n+1) - \log \sqrt{n^2 + \alpha n + 3}$$

è infinitesima per  $n \rightarrow \infty$  (per ogni  $\alpha$ ) e per  $\alpha = 2$  se ne calcoli l'ordine;  
(ii) si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} a_n$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti, ad eccezione di quanto eventualmente i docenti hanno scritto sul retro del presente foglio. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.