

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 18.01.2021

TEMA 1

Esercizio 1 [8 punti] Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x^2 + x + 1}\right);$$

- (i) individuarne il dominio naturale, studiarne il segno, calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- (ii) calcolarne la derivata prima, studiare gli intervalli di monotonia individuando gli eventuali punti estremanti;
- (iii) abbozzare il grafico di f .

Esercizio 2 [8 punti] Si trovino in \mathbb{C} le soluzioni dell'equazione

$$z^4 + (-1 + i)z^2 - i = 0.$$

Suggerimento: sostituire $w = z^2$.

Esercizio 3 [8 punti]

- (i) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2n}}{(n+1)^{2n}}.$$

- (ii) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}.$$

Esercizio 4 [8 punti] Per $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri

$$f_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sinh x + x^{\alpha}}.$$

- (a) Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza di

$$\int_0^{\log 2} f_{\alpha}(x) dx.$$

- (b) Calcolare

$$\int_0^{\log 2} f_0(x) dx.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 1 ore e 30 minuti.

È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.