

**ANALISI MATEMATICA 1**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione  
**Appello del 18.01.2021**

**TEMA 1**

**Esercizio 1 [8 punti]** Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x^2 + x + 1}\right);$$

- (i) individuare il dominio naturale, studiarne il segno, calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- (ii) calcolarne la derivata prima, studiare gli intervalli di monotonia individuando gli eventuali punti estremanti;
- (iii) abbozzare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 2 [8 punti]** Si trovino in  $\mathbb{C}$  le soluzioni dell'equazione

$$z^4 + (-1 + i)z^2 - i = 0.$$

Suggerimento: sostituire  $w = z^2$ .

**Esercizio 3 [8 punti]**

- (i) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2n}}{(n+1)^{2n}}.$$

- (ii) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}.$$

**Esercizio 4 [8 punti]** Per  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si consideri

$$f_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sinh x + x^{\alpha}}.$$

- (a) Studiare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la convergenza di

$$\int_0^{\log 2} f_{\alpha}(x) dx.$$

- (b) Calcolare

$$\int_0^{\log 2} f_0(x) dx.$$

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 1 ore e 30 minuti.

È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.