

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 5.7.2021

TEMA 1

Esercizio 1 [8 punti] Sia data la funzione

$$f(x) = \log \left(1 + \sqrt{1 - x^2} \right).$$

- (i) Determinare il dominio naturale di f , studiare il segno e la simmetria di f e calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- (ii) Studiare la derivabilità di f e calcolare la derivata prima, studiare gli intervalli di monotonia individuando gli eventuali punti di massimo/minimo assoluto/relativo;
- (iii) abbozzare il grafico di f .

Esercizio 2 [8 punti] Si trovino le soluzioni complesse dell'equazione

$$\operatorname{Im}(z^2) + |z|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = 0,$$

e le si disegnino sul piano complesso.

Esercizio 3 [8 punti]

Sia

$$f_\alpha(x) := \frac{\arctan x}{1 + x^{2\alpha}}.$$

(i) Calcolare

$$\int f_1(x) dx = \int \arctan x \left(\frac{1}{1 + x^2} \right) dx.$$

(ii) Studiare al variare di $\alpha \in [0, \infty)$ la convergenza di

$$\int_1^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Esercizio 4 [8 punti]

(i) Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \log[\cos(1/n)] + \alpha [\sin(1/n)]^2}{(1/n)^2}.$$

(ii) Dedurre il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{ 2 \log[\cos(1/n)] + [\sin(1/n)]^2 \}.$$

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: 1 ore e 30 minuti.

È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.