

**ANALISI MATEMATICA 1**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

**Appello del 12.09.2022**

**TEMA 1**

**Esercizio 1 [8 punti]** Data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{\sin x}\right),$$

- (i) individuare il dominio naturale, studiarne la eventuale periodicità e l'eventuale simmetria, calcolarne il segno, calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- (ii) studiare la derivabilità di  $f$  sul suo dominio, calcolare la derivata prima, individuare gli intervalli di monotonia e i punti di minimo e di massimo, sia relativi che assoluti, ed eventuali estremo inferiore e superiore;
- (iii) abbozzare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 2 [8 punti]** Si trovino le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  della disequazione

$$\left| \frac{z-i}{z-1} \right| \geq 1$$

e le si disegni sul piano complesso.

**Esercizio 3 [8 punti]** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - \alpha x + \frac{1}{6}\alpha x^3}{\arctan(x^2 + 4x^3)}$$

per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 4 [8 punti]** (a) Calcolare l'integrale definito:

$$\int_{\log 4}^{\log 6} \frac{e^x}{(e^x - 2)(e^x - 1)} dx$$

(b) Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  Studiare la convergenza di

$$\int_{\log 4}^{+\infty} \frac{e^x}{(e^x - 2)^\alpha (e^x - 1)} dx.$$

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: 2 ore.

È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.