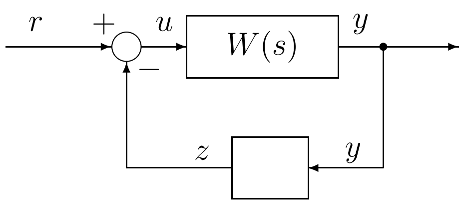
Corso di laurea in Ingegneria INFORMATICA
Compitino di Controlli Automatici I
1 Giugno 2001

Cognome e nome: ____________________ Matr.: __________

Non è ammessa la consultazione di libri o quaderni, né l'uso di calcolatrici programmabili. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e di ogni calcolo fornire una traccia.

Esercizio 1–[punti 14]

Si consideri il sistema retroazionato

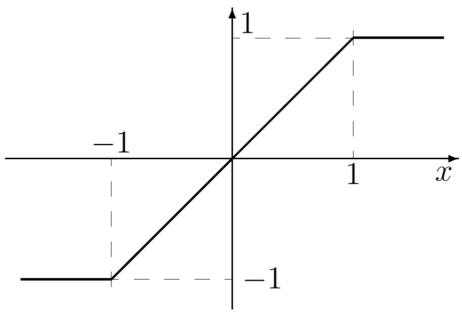


$$W(s) = \frac{1-s}{s(s+2)}.$$

a. Si tracci il diagramma di Nyquist di $W(s)$ determinando le eventuali intersezioni con gli assi e gli eventuali asintoti.

b. Si supponga che $z(t) = Ky(t)$ (funzione lineare) dove $K > 0$. Utilizzando il criterio di Nyquist, determinare per quali valori di $K > 0$ il sistema in catena chiusa e' BIBO stabile.

c. Si supponga che $z(t) = K\text{sat}(y(t))$, dove la funzione di saturazione $\text{sat}(x)$ è mostrata in figura



Utilizzando il criterio del cerchio, determinare per quali valori di K il sistema in catena chiusa e' asintoticamente stabile.

d. (facoltativo) Si supponga infine che $z(t) = \sqrt{\frac{5}{2}}\, y(t-T)$, dove $T \geq 0$. Determinare per quali valori di T il sistema in catena chiusa e' BIBO stabile.

Esercizio-2 [**7 pt**]

Si consideri un sistema BIBO stabile avente diagramma di Bode mostrato in figura.

Utilizzando il metodo della sintesi di Bode, si progetti un compensatore in modo che siano soddisfatte le seguenti specifiche:

a. errore massimo a regime in risposta alla rampa unitaria pari a $0,1$;

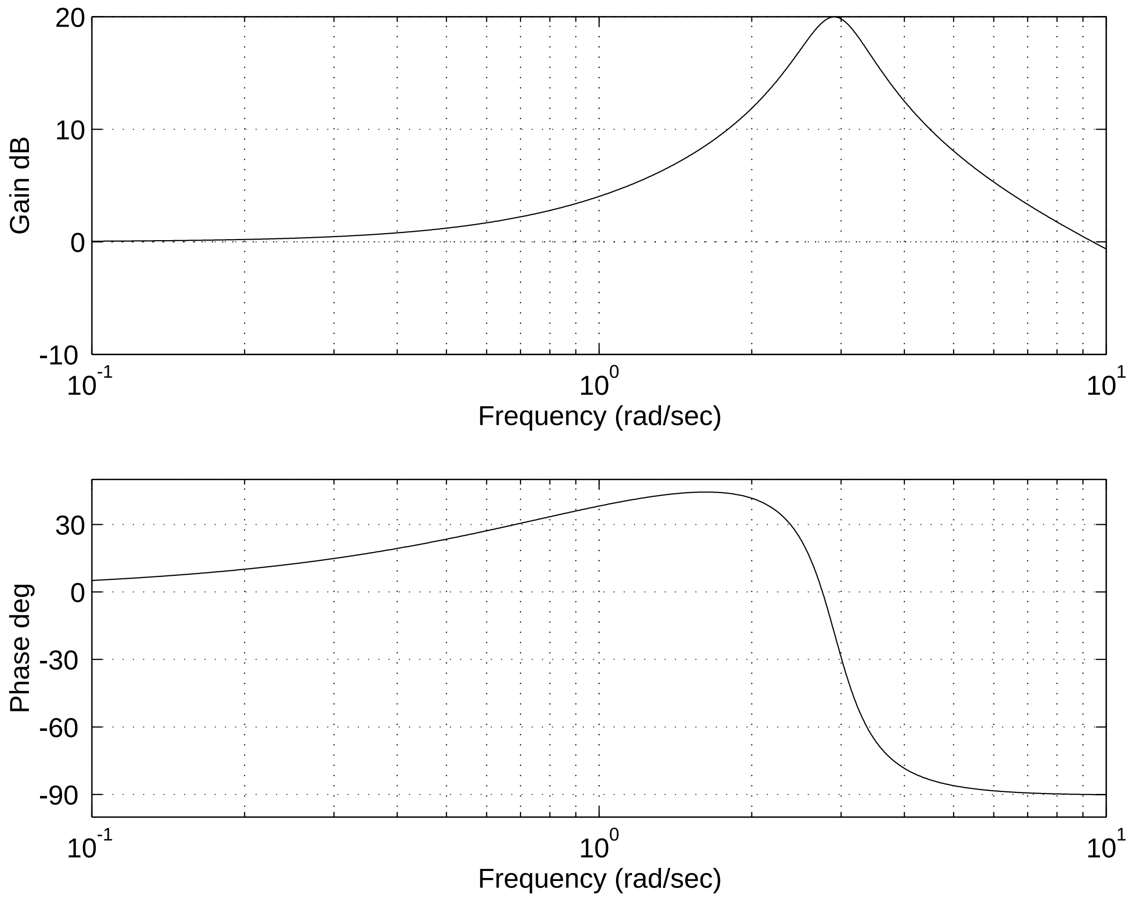


Figure 1: Diagramma di Bode.

b. pulsazione di attraversamento $\omega_A = 3$ rad/s;

c. margine di fase $m_\varphi = 15^o$.

Si richiede di determinare il tipo di rete compensatrice (ritardatrice, anticipatrice, a sella) riportandone la funzione di trasferimento senza calcolarne esplicitamente i parametri.

Esercizio 3–[punti 9]

Si consideri un sistema con funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{s+1}{s(s-1)}.$$

Detrminare un compensatore a due parametri (retroazione doppia dall'ingresso u e dall'uscita y) tale che

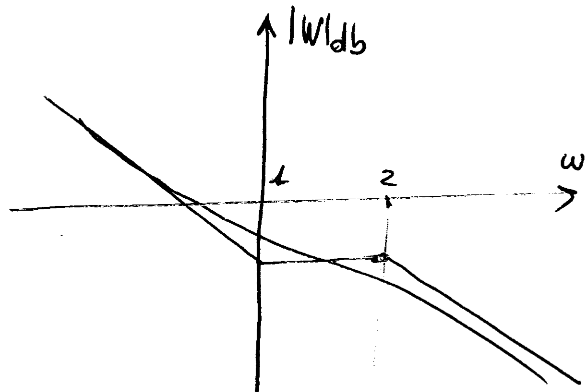
a. i compensatori $C_u(s)$ e $C_y(s)$ abbiano poli in -2;

b. il sistema a catena chiusa abbia poli in $-1 \pm j$;

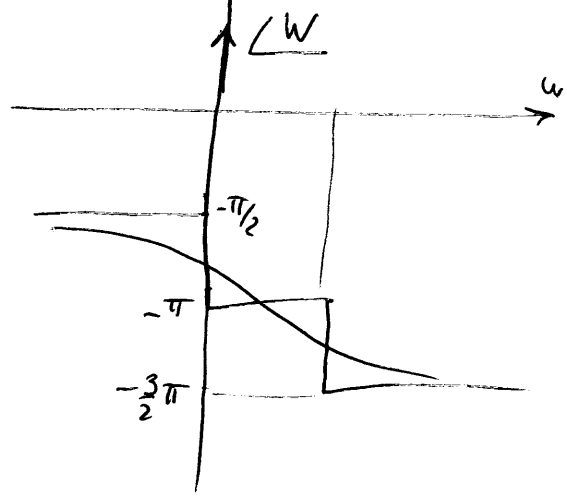
c. **(facoltativo)** nel sistema a catena chiusa l'errore a regime in risposta al gradino sia nullo.

Es 1

1) $W(s) = \frac{1-s}{s(s+2)} = \frac{1}{2}\,\frac{1-s}{s(1+s/2)}$



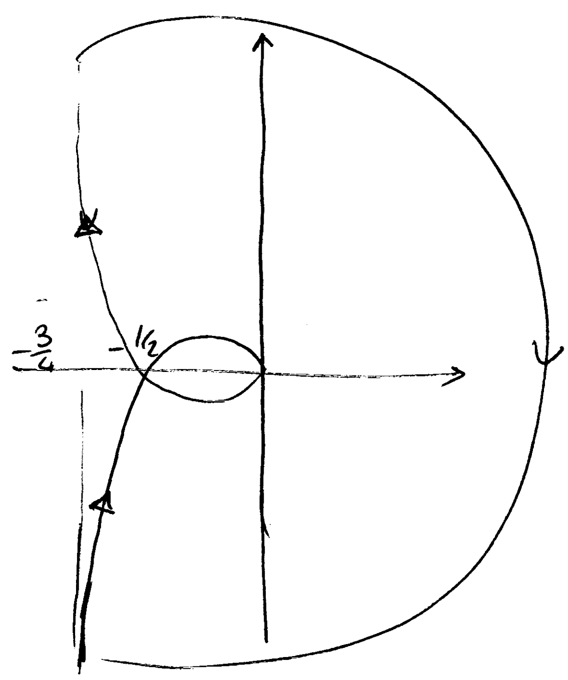
$\left|\frac{1}{2}\right|_{db} = -6\ db$



$W(j\omega) = \frac{1-j\omega}{j\omega(2+j\omega)} = \frac{(2-\omega^2)-3j\omega}{j\omega(4+\omega^2)}$

$Re\,W(j\omega) = -\frac{3}{4+\omega^2}$

$Im\,W(j\omega) = \frac{\omega^2-2}{\omega(4+\omega^2)}$



$Im = 0 \qquad \omega = \sqrt{2}$

$Re = \frac{3}{4+6} = -\frac{1}{2}$

$\omega \to 0^+ \qquad Re = -\frac{3}{4}$

$Im = -\infty$

$f(x) = \frac{3}{4+x} \qquad x = \omega^2$

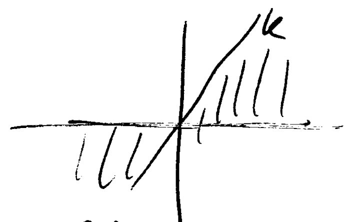
è funzione decrescente

2) Abbiamo stabilità per i $k>0$ tali che

$-\frac{1}{k} < -\frac{1}{2} \Rightarrow 0<k<2$

3) Applicando il criterio del cerchio si ottiene che

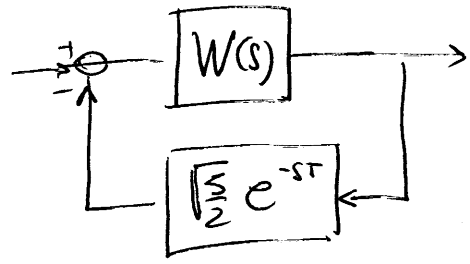
$k\,sat(x)$ è dentro al settore



Quindi deve essere

$W(s) + \frac{1}{k}$ Positivo reale $\Rightarrow \frac{1}{k} > \frac{3}{4} \Rightarrow k < \frac{4}{3}$

4) Si tratta di studiare il sistema con ritardo in figura



Si sfrutta perciò la formula secondo la quale il sistema è stabile se

$$T \leq \frac{m_\varphi}{\omega_A}$$

dove m_φ margine di fase di $\sqrt{\frac{5}{2}}\,W(s)$

ω_A è la pulsazione di attraversamento di $\sqrt{\frac{5}{2}}\,W(s)$

$$\left|\sqrt{\frac{5}{2}}\,W(j\omega_A)\right| = 1 \qquad \frac{|1-j\omega_A|}{\omega_A\,|2+j\omega_A|} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{1+\omega_A^2}{\omega_A^2(4+\omega_A^2)} = \frac{2}{5} \qquad \omega_A^2 = x$$

$$5(1+x) = 2x(4+x) \qquad 2x^2+8x-5x-5=0$$

$$2x^2+3x-5=0 \qquad x = \frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{4} = \frac{-3\pm 7}{4} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{5}{2} \ \text{No} \end{cases}$$

$$x = 1 \quad \Rightarrow \omega_A = 1$$

$$m_\varphi = \pi + \angle W(j\omega_A) = \pi + \underbrace{\angle 1-j}_{-\frac{\pi}{4}} - \underbrace{\angle j}_{-\frac{\pi}{2}} - \angle 2+j$$

$$= \frac{\pi}{4} - \operatorname{artg}\frac{1}{2} = 0.32$$

$$T \leq 0.32 \ \text{sec}$$

ES2

$G_p(0) = 1$ $\qquad h_p = 0$ $\qquad |G_p(j3)|_{db} = 20db$ $\quad |G_p(j3)| = 10$

(a) $\quad h = 1$ $\qquad \varepsilon = 0,1$ $\qquad \angle G_p(j3) = -30°$

$$h_c = h - h_p = 1$$
$$k_c = \frac{1}{\varepsilon}\frac{1}{G_p(0)} = 10$$

(b,c) $\quad \hat{W}(s) = \frac{k_c}{s} G_p(s)$ $\qquad \omega_A = 3$

$$|W(j\omega_A)| = \frac{10}{3}|G_p(j\omega_A)| = \frac{100}{3} \qquad C = \frac{1}{|W(j\omega_A)|} = \frac{3}{100}$$

$$\angle W(j\omega_A) = -90° + \angle G_p(j\omega_A) = -120°$$

$$\Delta\varphi = m_\varphi - (180° + \angle W(j\omega_A)) = 15° - (180° - 120°) =$$
$$= 15° - 60° = -45° < 0 \qquad q = tg\,\Delta\varphi = -1$$

Rete Ritardatrice

ES 3

$$W(s) = \frac{s+1}{s(s-1)} = \frac{s+1}{s^2-s}$$

(a) $\Delta(s) = s+2$

$(s+1+j)(s+1-j) = s^2+2s+1+1$
$= s^2+2s+2$

(b) $d(s) = \alpha(s^2+2s+2)$

(c) $d_0 = b_0 \qquad 2\alpha = 1 \qquad \alpha = 1/2$

$$d(s) = \frac{s^2}{2} + s + 1$$

$$\Delta(s)\left(d(s)-a(s)\right) = (s+2)\left(\frac{s^2}{2}+s+1-s^2+s\right)$$
$$= (s+2)\left(-\frac{s^2}{2}+2s+1\right)$$
$$= -\frac{s^3}{2}+2s^2+s-s^2+4s+2$$
$$= -\frac{s^3}{2}+s^2+5s+2$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ y_0 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ y_0 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8/4 \\ 7/4 \\ -5/4 \\ -2/4 \end{bmatrix}$$

$$n_y(s) = \frac{1}{4}\,\frac{7s+8}{s+2} \qquad T(s) = \frac{b(s)}{d(s)} = \frac{s+1}{\frac{s^2}{2}+s+1}$$

$$n_u(s) = -\frac{1}{4}\,\frac{2s+5}{s+2}$$